YYSQ – www.yysq.org
www.elmler.net
İntellektual-Elektron Kitabxananın təqdimatında

“Gənc elektron elm” N 73 (24- 2014)

Nurlan Quliyeva

Düşüncənin riyazi dili

Riyaziyyatın konstruktiv təlimlə tədrisi metodikası

Bakı - YYSQ – 2014

2014

www.elmler.net

Virtual İnternet Resurs Mərkəzinin təqdimatında

“Gənc elektron elm”: elektron kitab N 73 (24 - 2014)

Bu elektron nəşr Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Gənclər Fondu tərəfindən qismən maliyyələşdirilən, Yeni Yazarlar və Sənətçilər Qurumunun “Gənc elektron elm – Virtual İnternet resurs mərkəzi” innovativ-intellektual layihəsi çərçivəsində rəqəmsal nəşrə hazırlanır və yayımlanır.

Layihənin maliyyələşdirir:

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında

Gənclər Fondu:

http://youthfoundation.az

YYSQ - http://www.yysq.org
http://www.elmler.net

Kitab YYSQ tərəfindən e-nəşrə hazırlanıb.

YYSQ - Milli Virtual-Elektron Kitabxananın e-nəşri

Virtual redaktoru və e-nəşrə hazırlayanı: Aydın Xan (Əbilov), yazar-kulturoloq

Bu silsilədən olan e-nəşrlərimizlə buradan tanış olun:
http://kitabxana.net/?oper=e_kitabxana&cat=173

DİQQƏT

Müəlliflik hüququ Azərbaycan Respublikasının qanunvericiliyinə və əlaqədar beynəlxalq sənədlərə uyğun qorunur. Müəllifin razılığı olmadan kitabın bütöv halda, yaxud hər hansı bir hissəsinin nəşri, eləcə də elektron informasiya daşıyıcılarında, İnternetdə yayımı yasaqdır. Bu qadağa kitabın elmi mənbə kimi istifadəsinə, araşdırma və tədqiqatlar üçün ədəbiyyat kimi göstərilməsinə şamil olunmur.

NURLAN QULİYEVA
RİYAZİYYATIN
KONSTRUKTİV TƏLİMLƏ
TƏDRİSİ METODİKASI

Nurlan Quliyeva

Düşüncənin riyazi dili

Riyaziyyatın konstruktiv təlimlə tədrisi metodikası

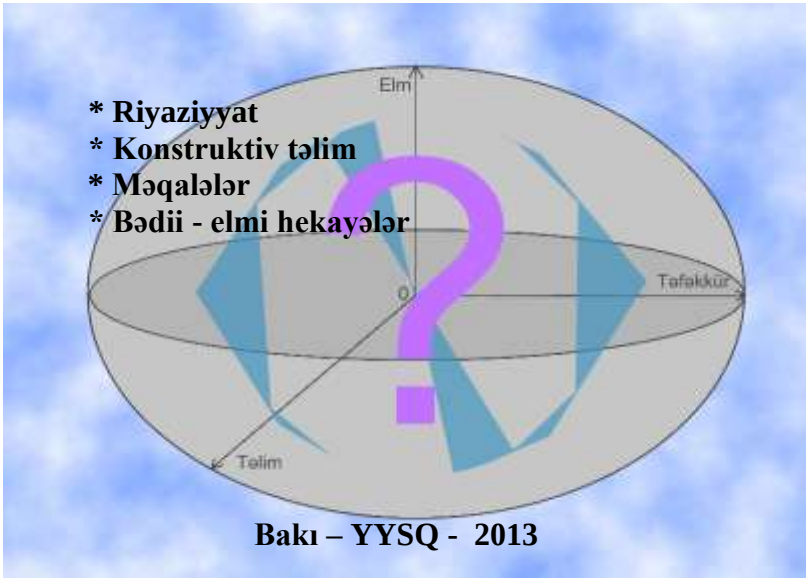
Bakı - YYSQ – 2014

www.elmler.net - Virtual İnternet Resurs Mərkəzi

NURLAN QULIYEVA

Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyinin 26.12.2011-ci il tarixli 2172 saylı əmrinə əsasən meto-dik vəsait kimi təsdiq edilmişdir.

Riyaziyyatın konstruktiv təlimlə tədrisi metodikası



Bakı – YYSQ - 2013

Elmi redaktor:
N.L.Nəsrullayev Gəncə Dövlət Universitetinin əməkdaşı f.-r.e.n.

Rəyçilər:
A.S.Adıgözəlov Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin əməkdaşı, prof.
S.A.Mənsimov Təhsil Problemləri İnistitunun əməkdaşı, f.-r.ü.f.d.
A.K.Kərimov Göygöl rayon Təhsil Şöbəsinin əməkdaşı, riyaziyyat müəllimi
F.D.Bünyatova İdrak məktəbinin direktoru

Kompyuter və dizayn: N.S.Quliyeva

Kitab riyaziyyatın konstruktiv təlimlə tədrisinə aid metodik göstərişlərdən, dərs nümunələrindən və riyazi anlayışların bədiiləşdiyi elmi hekayələrdən ibarətdir. Müəllif, vəsaitdə riyaziyyatın həyatadakı rolunu göstərməklə, elmi həyatiləşdiməyə, yaradıcı öyrənmənin mahiyyətini açmağa çalışmışdır. Kitabdakı tövsiyyələr elmin anlam yolu ilə qavranılması üçün yaradıcı təfəkkürün formalaşmasına xidmət edir. Metodik vəsait orta məktəb şagirdləri, tələbələr və müəllimlər üçün nəzərdə tutulmuşdur.

© Nurlan Quliyeva, 2012

© YYSQ - 2014

Elmi redaktordan

Metodik vəsait riyaziyyatın konstruktiv təlimlə tədrisinə həsr olunmuş, konstruktivizm nəzəriyyəsinin prinsiplərinə əsasən işlənmişdir. Kitabda təfəkkürü inkişaf etdirən riyaziyyat elmi ilə idrakı proseslərə əsaslanan konstruktiv təli-min uğurlu vəhdəti yaranmışdır.

Kitab iki fəsildən ibarətdir. "Riyaziyyatın konstruktiv təlimlə tədrisi metodikası" adlanan birinci fəsil metodiki araşdırmalardan və konstruktiv təlimlə tədris olunmuş riyaziyyat dərslərindan ibarətdir. Buradakı metodiki araşdırmalar müəllim işini istiqamətləndirmək üçün nəzərdə tutulmuşdur. Nümunələrdəki mövzular ətrafında aparılan araşdırmalar isə dərsləri genişləndirərək mövzu ilə bağlı fəsli əhatə edərək yeni bilikləri yaradır. Kitabdakı araşdır-maların maraqlı cəhətlərindən biri sualların qoyuluşunda və cavabların məntiqli olmasındadır ki, bu da öz növbə-sində yaradıcı təfəkkürdə gələcək bilikləri də yaradır.

Fikirlərimi müəllifin konstruktiv təlimlə tədris etdiyi "Xətti funksiya və onun qrafiki" mövzusu üzərində aydınlaşdırmaq istəyirəm. Müəllif mözunun tədrisi zamanı xətti funksiyanı qüvvət funksiyası şəklində göstərir.

$$y = kx + b \rightarrow y = kx^n$$

Şagirdlər qüvvət üstünü dəyişməklə xətti funksiyadan gələcəkdə tədris olunacaq silsilə funksiyalar alırlar və on-lar haqqında müəyyən mülahizələr söyləyirlər. Sonda isə xətti funksiyanı iqtisadiyyata-bazara tətbiq etməklə elmlə həyatı əlaqələndirirlər.

"Düşüncənin riyazi dili" adlanan ikinci fəsil riyazi hekayələrdən ibarətdir. Burada müəllif riyazi qanunauyğunlu-

luqları obrazlara çevdiyi riyazi anlayışların dilindən izah edir. Zənnimcə, riyaziyyatın müxtəlif sahələrinə aid olan bu cür elmi hekayələr təfəkkürün inkişafında müstəsna rol oynaya bilərlər.

Ümumiyyətlə, kitabdakı bütün mövzulada riyaziyyatı həyatın və elmin müxtəlif sahələri ilə birləşdirən, yaradıcı öyrənməyə təkan verən riyazi və məntiqi suallar, düşündürücü cavablar vardır.

Fikrimcə, riyaziyyat dərslərinin konstruktiv təlimlə tədri-si riyazi təfəkkürün inkişafında və şagirdin şəxsiyyət kimi formalaşmasında mühüm rol oynadığından kitab təhsil islahatlarına uyğundur və müəllifin fikirləri təqdirəlayiqdir.

GİRİŞ

Təhsil ölkənin beynəlxalq aləmdə rolunu müəyyən edən əsas amillərdən biridir. Dövlətin maddi-mənəvi də-yərlərinin və strateji gücünün göstəricisidir.

Müasir təhsildə Amerika və inkişaf etmiş Avropa ölkələ-rinin yaradıcı öyrənməyə əsaslanan pedaqoji texnologiya-larının xüsusi rolu vardır. Yeni pedaqoji texnologiyalar, İKT–nin inkişafı, informasiya cəmiyyətinin formalaşması zamanla tədrisin forma və məzmununu dəyişir. Təhsil ge-nişlənərək bəşəri xarakter alır və dünya evində yeni təhsil sistemi yaradır. Bu sistemdə yer tutmaq üçün ölkəmizdə təhsil islahatları aparılır. İslahatların əsas məqsədlərindən biri ənənəvi yaddaş məktəbini təfəkkür məktəbinə çevir-məkdir.

Təfəkkürə əsaslanan pedaqoji texnologiyalardan biri konstruktiv təlimdir. Konstruktiv təlimin əsasında konst-ruktivizm nəzəriyyəsi durur (Konstruktivizm - konstruktor sözündən götürülüb. "Yaradıcı öyrənmə" deməkdir. Müəl-lifi Aleksandr Mixalevic Kandır). Nəzəriyyə şüurla bağlı olan psixologiyadan, təhsilə dair təqdiqatlardan, nevrolo-giya elmindən qidalanır. Təhsildə fərdi yanaşmanı üstün tutur. Konstruktivizm nəzəriyyəsinin əsaslandığı sosial və koqnitiv (idraka əsaslanan) fərziyyələr öyrənmədə mü-hüm rol oynayır və öyrənmə nəzəriyyəsi kimi qəbul olun-muşdur. Bu metoda görə, tədris zamanı sinifdə müəllim yox, şagird əsas götürülür və sərbəst düşünmə şagird tə-fəkkürünü inkişaf etdirir.

Ümumiyyətlə, pedaqoji texnologiyalar çoxdur və onla-rın hər birinin öz məqsədi və istiqaməti vardır. Mən tədris-də konstruktivizm nəzəriyyəsinə əsaslanan və məntiqi bi-lik strukturları Fatma xanım Bünyatova tərəfindən işlən-miş konstruktiv təlim metoduna üstünlük verir, dərslərimi konstruktiv təlimlə tədris edirəm. Mövzuları düzgün plan-laşdırdıqda metodun prinsipləri ilə riyaziyyatın qanunauy-ğunluluqları üst-üstə düşdür. Belə ki, riyazi baxımdan

mövzunu anlayıb başa düşmək, onu biliyə çevirərək tap-şırıqları həll etmək üçün güclü təsəvvürə malik olmaq, xə-yalında canlandırdığın obyekt haqqında mühakimə yürüt-mək, faktları dəqiqləşdirib mövzuya tətbiq etmək lazımdır. Bu isə konstruktiv nəzəriyyəsinin əsaslandığı konqnitiv (idraka əsaslanan) nəzəriyyənin, öyrənmək, qabaqcadan xəbər vermək, araşdırmaq, yaratmaq, təhlil etmək kimi prinsiplərinə uyğundur. Digər tərəfdən riyaziyyat fənni öz daxilində idraka əsaslanan elmdir və onun özülü qədim-dən yaradıcılıq üzərində qurulmuşdur.

Mən "Riyaziyyatın konstruktiv təlimlə tədrisi metodika-sı" adlandırdığım bu kitabı yazmaqla konstruktiv təlimin mahiyyətini açmaq, riyaziyyat fənninin tədrisində meto-dun üstün cəhətlərini göstərmək istəmişəm. "Yaradıcı öy-rənmə" prinsipinə əsaslanan konstruktiv təlim riyaziyyat elmini yaratmır. Müəllim dərsə yaradıcı yanaşdıqda şa-girdlərin yaradıcılıq qabuliyyəti üzə çıxır. Onlar idraka əsaslanaraq yeni biliklərini yaradır və onu həyatla əlaqə-ləndirərək biliyin həyatdakı yerini müəyyənləşdirirlər. Mövzulararası və fənlərarası bağlılıqdan istifadə edib gə-ləcəkdə öyrənəcəkləri mövzular haqqında fikir söyləyirlər.

"Riyaziyyatın konstruktiv təlimlə tədrisi metodikası" adlandırdığım birinci fəsildə "Həqiqi ədədlər", "Tənlik", "Bərabərsizlik", "Törəmə", "İnteqral", "Komplaks ədədlər", "Funksiya" və "İbtidai sinif" adlı bölmələr vardır. Hər böl-mə adını daşıdığı sahə ilə bağlı qısa məlumatlardan, me-todiki araşdırmalardan və dərs nümunələrindən ibarətdir.

İkinci fəsil "Düşüncənin riyazi dili" adlanır. Burada ob-razları riyaziyyatdan olan elmi hadisələr bədiiləşmişdir.

I B Ö L Ü M

RİYAZİYYATIN KONSTRUKTİV TƏLİMLƏ TƏDRİSİ METODİKASI

§1. Həqiqi ədədlər

1.1. Həqiqi ədədlər

Riyaziyyat dərslərinin uğurlu alınması şagirdlərin baza biliklərindən, müəllimlərin yeni təlim texnologiyalarından və texnologiyalardan istifadə etmə bacarıqlarından asılı-dır.

Yeni təlim texnologiyalarından olan konstruktiv təlim yaradıcı təfəkkürün formalaşması, biliklər bazasının yara-dılması üçün bir metodikadır. O həmçinin idraka əsasla-naraq bazaya görə, yeni biliklərin düşünülmüş çəkildə qavranılmasına, təfəkkürdə gələcək biliklin yaradılmasına xidmət edir.

Fikirlərimi VI sinifdə tədris etdiyim "Ən böyük ortaq bö-lən" mövzusu üzərində aydınlaşdırmaq istəyirəm. Məncə, bu mövzunu tədris etməzdən əvvəl fənn və metodun tə-ləblərini nəzərə alaraq natural ədədlər, ədədlərin bölün-mə əlamətləri, sadə və mürəkkəb ədədlər, ədədin sadə vuruqlara ayrılması və ədədin bölənlərinin sayının tapıl-ması qaydasını mənimsətmək lazımdır.

Natural ədədlər

"Ədəd" sözü yunan sözü olan "artimos" sözündən gö-türülmüşdür. Hesabla-ədədlər haqqındakı elmlə bağlı ya-ranmışdır.

"Rəqəm" sözü (ərəbcə "sıfır") əsl mənası "boş yer" olan (həmin mənanı verən "sunya sanskrit" sözünün tər-cüməsidir) ərəb sözündən götürülmüşdür.

Əşyaları saymaq üçün və ya eyni növ əşyaların sıra nömrəsini göstərmək üçün istifadə olunan ədədlərə **natu-ral ədədlər** deyilir.

Natural sıra natural ədədlər çoxluğunu yaradır. Natural ədədlər çoxluğu N ilə işarə olnur. Çoxluq 1-dən başlayır və sonsuzdur.

$N = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$

Qeyd. Evklid (eramızdan əvvəl III əsr) natural ədədə "vahidlərdən ibarər çoxluq kimi" tərif verirdi.

Onluq say sisitemində natural ədəd mərtəbə toplanan-larının cəmi

$\overline{abcd} = a \cdot 1000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d \cdot 1$

kimi yazılır.

Bölünmə əlamətləri

1) Yalniz sonu sıfır və ya cüt rəqəmlə qurtaran natural ədədlər 2-yə bölünür.

2) Yalnız sonu sıfır və ya beş rəqəmi ilə qurtaran natu-ral ədədlər 5-ə bölünür.

3) Yalnız sonu sıfırla qurtaran natural ədədlər 10-a bölünür.

4) Verilmiş ədəddin yalnız son iki rəqəminin yazıldığı ardıcıllıqla əmələ gətirdiyi ədəd, 4-ə (25-ə) bölünürsə və ya hər ikisi sıfırdırsa, bu ədəd özü 4-ə (25-ə) bölünür.

5) Rəqəmlərinin cəmi 3-ə bölünən ədəd 3-ə bölünür.

6) Rəqəmlərinin cəmi 9-a bölünən ədəd 9-a bölünür.

Natural ədədin sadə vuruqlarına ayrılması

Yalnız özünə və vahidə bölünən natural ədədə **sadə ədəd** deyilir.

Məsələn: 2,3,5,...

İkidən çox bölən olan natural ədədə mürəkkəb ədəd deyilir.

Məsələn: 4, 8, 36,...

1 nə sadə, nə də mürəkkəb ədəddir.

Ədədin sadə vuruqların hasili şəklində göstərilməsinə onun **sadə vuruqlarına** ayrılması deyilir.

Məsələn: $525 = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$

Ədədin bölənlərinin sayının tapılması üçün ədədin sadə vuruqlarına ayrılışındakı hər bir müxtəlif sadə vuruqların sayının üzərinə bir əlavə edib cəmləri vurmaq lazımdır.

Məsələn: $n = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ şəklində sadə vuruqlarına ayrılmış ədədin bölənlərinin sayı aşağıdakı kimi tapılır.

$$(2 + 1) \cdot (2 + 1) \cdot (1 + 1) = 3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$$

İki və daha çox ədədi bölən ən böyük bölənin tapılması "Ən böyük ortaq bölən – VI sinif" mövzusunda ətraflı izah edilmişdir.

a və b natural ədədlərinin **ən böyük ortaq böləni** $ƏBOB(a, b)$ kimi işarə edilir.

Ən kiçik ortaq bölünən a və b ədələrinə bölünən ən kiçik natural ədəddir.

İki ədədin ən kiçik ortaq bölünənini tapmaq üçün

1) Bu ədədlər sadə vuruqlarına ayrılır;

2) Birinci ədədin ayrılışı götürülür və ikinci ədədin ayrılışındakı birincidə olmayan vuruqlar birinciyə vuruq kimi əlavə edilir.

3) Hasil tapılır.

Ən kiçik ortaq bölən $ƏKOB(a,b)$ kimi yazılır.

$ƏBOB(a,b)$ və $ƏKOB(a,b)$ üçün aşağıdakı qaydalar doğrudur.

1) $ƏBOB(a,b) = 1$

$ƏKOB(a,b) = a \cdot b$

$ƏBOB(a,b) \cdot ƏKOB(a,b) = a \cdot b$

2) $ƏBOB\left(\frac{a}{b},\frac{c}{d}\right) = \frac{ƏBOB(a\cdot d, b\cdot c)}{ƏKOB(b,d)}$

3) $ƏKOB\left(\frac{a}{b},\frac{c}{d}\right) = \frac{ƏKOB(a,c)}{ƏBOB(b,d)}$

1.2. Ən böyük ortaq bölən – VI sinif

Mövzunu konstruktiv təlimlə tədris etməyi planlaşdırmışdım. Dərsin birinci hissəsində mövzu ətrafında axtarış apardıq.

Dərsə mövzunun adının araşdırmaqla başladıq. İlk sualım belə oldu.

Sual. Bölən nədir? Siz bu riyazi anlayışı neçə başa düşürsünüz?

Cavab:

1) Natural ədədi qalıqsız bölən ədədə onun böləni de-yilir.

2) Bölən bölmənin kompanentlərindən biridir ($a:b=c$

yazılışında $a-$ bölünən, $b-$ bölən, $c-$ qismətdir).

3) Bölən ədədin neçə yerə bölündüyünü göstərir.

4) Hasil və vuruqlardan biri məlum olduqda o biri vuru-ğu tapmaq üçün hasilin bölündüyü ədəd böləndir.

Şagirdlərin cavablarını dinləyərək onların bölən haq-qında anlayış və bilkilərinin çərçivəsini öyrəndim. Bu an-lam və biliyin inkişafı üçün növbəti tapşırığım belə oldu:

Tapşırıq. Ədədlər fikirləşin və onların bölənlərini tapın.

Cavab.

$12/\ 1, 2, 3, 4, 6, 12$

$24/\ 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24$

$36/\ 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 36$

Cavablardan sonra onlara belə bir tapşırıq verdim:

Tapşırıq. Ədədlərin ortaq bölənlərini göstərin.

Cavab.

12/ 1, 2, 3, 4, 6, 12

24/ 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

36/ 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 36

Məqsədə çatmaq üçün bölənlərdən ən böyüyünü tap-mağı tapşırıram.

Tapşırıq. Ortaq bölənlərin ən böyüyünü tapın.

Müzakirədən sonra belə bir qərara gəlirik ki, ən böyük ortaq bölən 12 –dir və ən kiçiyi 1 – dir. Burada mən belə bir şərh verirəm. 1 bütün ədədlərin ortaq bölənidir və o hər bir ədəddə vardır.

Ədədlərin vahidə hasili və nisbəti özünü verir.

Məsələn. $5 \cdot 1 = 5 : 1 = 5$

Sual. Ədədlərin bölənlərinə diqqətlə baxdıqda bölənlər sizə nəyi xatırladır? Onlara hansı cədvəldə rast gəlmək olar.

12 / $1, 2, 3, 4, 6, 12$

24 / $1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24$

36 / $1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36$

Cavab. Vurmanı – bölənləri uyğun qruplaşdırıb vur-duqda vurma cədvəli alınır.

$(2, 6), (3, 4), (1, 12)$ cütlərinin hasili 12,

$(1,24), (2,12), (3,8), (4,6)$ cütlərinin hasili 24,

$(1,36), (2, 18), (3, 12), (4, 9), (6,6)$ cütlərinin hasili 36 verir.

Tapşırıq.
Şifahi 35 və 28 ədədlərinin ən böyük ortaq bölənini tapaq.

$5 \cdot \square = 35$ $\quad$ $4 \cdot \square 28$

Cavab. Ortaq vuruq 7 – dir.

Şagirdlər bu tapşırıqdan sonra aşağıdakı ədədlərin şi-fahi ortaq bölənini tapdılar.

72 və 18 – in ən böyük ortaq böləni 18 – dir.

50 və 45 – in ən böyük ortaq böləni 5 – dir.

33 və 11 in ən böyük ortaq böləni 11 – dir.

Dərsi müxtəlif tip misalların həlli ilə davam etdiririk.

Tapşırıq. Verilmiş ədədlərin ən böyük ortaq bölənini ta-paq.

$45, 54, 38$

Cavab.

$45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$

$54 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$

Ədədlərdə $3 \cdot 3$ hasili ortaq vuruq olduğu üçün 9 ən bö-yük ortaq böləndir.

Nəticəni yoxlayırıq: $45:9 = 5,\ 54:9 = 6,\ 36:9 = 4$

Nəticə.
1) $45, 54, 36$ ədədlərini sadə vuruqlarına ayırdıq.

2) Ən büyük ortaq böləni tapdıq $-$ 9.

3) Nəticəni yoxladıq.
Tərif. a və b natural ədədlərinin hər ikisinin qalıqsız bölündüyü ən böyük natural ədədə həmin ədədlərin ən böyük ortaq böləni deyilir.
a və b natural ədədlərinin ən böyük ortaq böləni $\boldsymbol{ƏBOB(a,b)}$ kimi işarə edilir.

$$ƏBOB(45,54,36) = 3 \cdot 3 = 9$$

Əgər b ədədi a ədədinə qalıqsız bölünürsə,

$$ƏBOB(a,b) = a.$$

Tapşırıq. 48 və 72; 120 və 77; 9 və 25; $1080, 2160$ və 1350 ədədlərinin ən böyük ortaq bölənini tapın.

Cavab.
1) 48 və 72 $-$ nin ən böyük ortaq böləni 24 $-$ dür.

2) $ƏBOB(120\ ;\ 77) = 1;\ ƏBOB(9\ ;\ 25) = 1$

Qeyd: Ortaq bölənləri bir olan ədədlər qarşılıqlı sadə ədədlər adlanır.
a və b ədədləri qarşılıqlı sadə ədədlər olduqda,

$ƏBOB(a, b) = 1$ - dir.

Nəhayət, dərs boyu apardığımız müzakirələri yekunlaşdırırıq.

Nəticə. Ədədlər böyük olduqda ən böyük ortaq böləni tapmaq üçün ədədləri sadə vuruqlarına ayırmaq və ortaq sadə vuruqların hasilini tapmaq lazımdır.

$380 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 19$

$900 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$

$ƏBOB(380, 900) = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$

Beləliklə, dərsin birinci hissəsindəki araşdırılmaları yekunlaşdırdıq.

Dərsin ikinci hissəsində şagirdlər qrupların işçi vərəqlərində tərtib olunmuş misalları işləyərək onun təqdimatını etdilər.

İşçi vərəqlərindən birinin nümunəsi:

Qrup1.

1) Ən böyük ortaq böləni tapın.

a) 15 və 70

b) 36 və 54

2) $\{ 11, 27, 15, 33, 28, 43 \}$ çoxluğundan elementləri qarşılıqlı sadə ədədlər olan alt çoxluq yazın.

3) Fikirləşib üç rəqəmli iki ədəd yazın və onların ən bö-yük ortaq vuruqlarını tapın.

4) Ortaq böləni $6, 8, 12$ olan ədədləri tapın.

5) Ədədin bölənlərinin sayını tapın.

a) $a = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

b) 10500

Şagirdlər işçi vərəqlərində olan tapşırıqları yerinə yetirdikdən sonra işlərini təqdim etdilər. Təqdimat qiymətləndirildi, səhvlər araşdırılaraq düzəldildi.

§ 2. Funksiya

2.1. Xətti funksiya və onun qrafiki – VII sinif

"Xətti funksiya və onun qrafiki" mövzusu vıı sinifdə tədris olunarkən şagirdlər funksiyalar haqqında yetərincə məlumat alırlar. Lakin, yeni təlim texnologiyalarından isti-fadə etməklə mövzuya yaradıcı yanaşsaq xətti funksiyanı qüvvət funksiyası $(y = x^n)$ şəklində göstərməklə ondan silsilə funksiyalar ala

bilərik.

"Xətti funksiya və onun qrafiki" mövzunun izahına "funksiya" sözünün araşdırılmasından başlamaq əlverişli-dir.

"Funksiya" latıncadan tərcümədə (funtio-latın sözü-dür) icra, fəaliyyət mənasını verir. "Funksiya" sözünü riya-ziyyata ilk dəfə Leybnis (1646-1716) daxil etmişdir.

Funksiyanın kəmiyyətlər arasındakı asılılıq olduğunu nəzərə alaraq dərsdə şagirdlərlə birlikdə təfəkkür və elm arasındakı asılılığı araşdırdıq. Aydın olur ki, şagirdin bilik qazanmaq funksiyası onun təfəkküründən asılıdır. Təfək-kür burada arqument, bilik isə təfəkkürdən asılı olaraq qavranılan elmdir. Sonra funksiyanı riyazi anlayış kimi izahını veririk.

Sual. Funksiyanı necə başa düşürsünüz?

Cavab:

1) Funksiya iki dəyişən kəmiyyət arasındakı asılılıqdır.

2) Dəyişənlərdən biri sərbəst dəyişəndir. $x, y, z, \ldots$ ilə işarə

olunur.

3) İkinci dəyişən kəmiyyət asılı dəyişən kəmiyyətdir. $f(x), f(y), f(z), \ldots$ ilə işarə olunur.

4) $y = 2x$ funksiyadır. Burada x sərbəst, y asılı dəyi-

şəndir.

Tapşırıq. Funksional asılığa aid misallar göstərin.

Cavab:

1) Çaylarda suyun artması yağıntıdan asılıdır.

2) Qaynama temperaturdan asılıdır.

3) Zəlzələlərin yaranması textonik hərəkətlərdən asılı-dır.

4) Kvadratın sahəsi onun tərəfinin uzunluğundan asılı-dır ($S = a^2$).

Funksiyalar haqqında olan fikirləri ümumiləşdirib aşa-ğıdakı şərhi verirəm.

Müəllimin şərhi: $f(x) = kx + b$ şəklində olan funksi-

yaya xətti funksiya deyilir. Burada x və $y = f(x)$ dəyişən

kəmiyyətlərdir. x- sərbəst dəyişən (arqument), $f(x)$ - asılı

dəyişəndir (funksiyadır). Sərbəst dəyişən funksiyanın tə-yin oblastını, asılı dəyişən qiymətlər çoxluğunu əmələ gə-tirir. Xətti funksiyada dəyişənlər arasındakı asılılıq xəttidir. k və b

ədədlərdir. k mütənasiblik əmsalı, b sərbəst həd-dir.

Tərif. Koordinatları $y = f(x)$ tənliyini ödəyən (x, y)

nöqtələrinin həndəsi yerinə $f(x)$ funksiyasının qrafiki de-yilir.

Sual:

$f(x) = 2x + 3$ funksiyası haqqında nə deyə bilərsiniz?

Cavab:

1) Xətti funksiyadır.

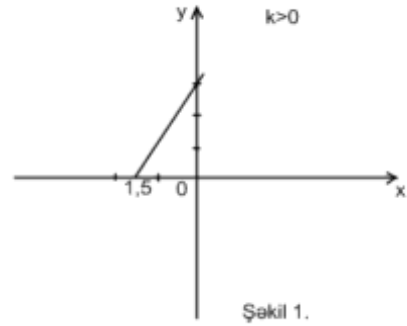
2) Sərbəst dəyişə-nin (x-in) dərəcəsi va-hiddir.

x	-1,5	0
$2x+3$	0	3

3) Qrafiki düz xət-dir.

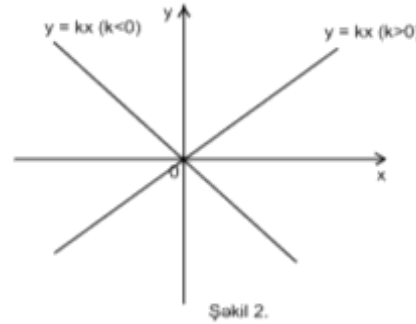
4) Asılı dəyişən - $f(x)$ arqumentdən asılı olaraq dəyi-şir.

Araşdırmaları ümumiləşdirib funk-siyanın qrafikini qu-ruruq (Şəkil1). Sonra $y = kx + b$ düsturunda k və b–ni ardıcıl olaraq sıfır qəbul edirik. Xüsusi hallar alınır. Aldığı-mız funksiyaların sxematik qrafiklərini qururuq.



Şəkil 1.

a) $y = kx + b$ düsturunda $b = 0$ yazırıq. $y = kx$ funk-siyası alınır. $k > 0$ olduqda, $y = kx$ düz mütənasibliyini ifadə



Şəkil 2.

edən xətti funksiya-nın qrafiki I və III koordinat rüblərin-dən, $k < 0$ olduqda isə $y = kx$ funksiya-sının qrafiki II və IV

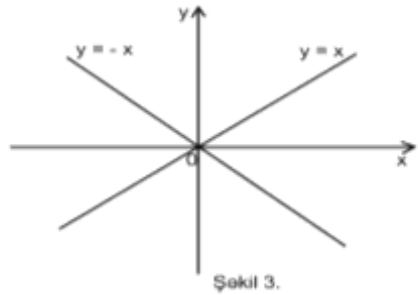
koordinat rüblərindən keçir (Şəkil 2).

b) Xətti funksiya-nın analitik ifadəsi olan $y = kx + b$

düsturunda $b = 0$

olarsa, $k = 1$ olduq-da,

$y = x$; $k = -1$ ol-



Şəkil 3.

duqda, $y = -x$ olur. $y = x$ düz xətti I və III koordinat rübləri-

nin, $y = -x$ düz xətti isə II və IV koordinat rüblərinin

tənbölənidir (Şəkil 3).

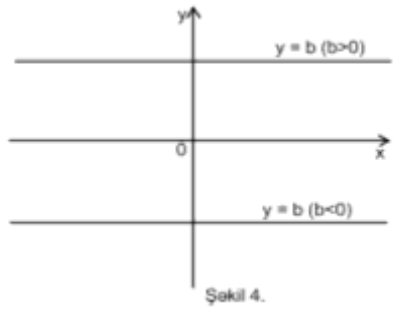
c) $y = kx + b$

düsturunda $k = 0$

olduqda, $y = b$ olur.

Bu xətti funksiyanın qrafiki ordinat oxu-nun $(0, b)$ nöqtəsin-dən

keçən və absis oxuna paralel olan düz xətlərdir.
Şəkil4.



Şəkil 4.

Yeni təlim texno-logiyalarının üstün-lüklərindən biri gələ-cəkdə tədris oluna-caq mövzular haqqında müəyyən mühakimələr söylə-məkdir. Xətti funksiyaya bu baxımdan yanaşdıqda aşağı-dakı funksiyalar alınır.

$y = kx + b$ xətti funksiyada x-in dərəcəsi 1 dir. 1 - in ye

rinə n yazıram. n - ə müxtəlif həqiqi qiymətlər verməklə

(mənfi, müsbət, tam, kəsr və sıfır) silsilə funksiyalar alı-rıq.

Tapşırıq: $y = kx^n + b$ funksiyası $b = 0$ olduqda,

$y = kx^n$ şəklinə düşür. Funksiyada n - ə müxtəlif həqiqi

qiymətlər verin və aldığınız funksiyaları yazın.

Cavab:

1) $n = 1$ olduqda, $y = kx$ olur.

2) $n = 2$ olduqda, $y = kx^2$ olur.

3) $n = 3$ olduqda, $y = kx^3$ olur.

4) $n = 0$ olduqda, $y = kx^0$ olur.

5) $n = -1$ olduqda, $y = kx^{-1}$ olur.

6) $n = ½$ duqda, $y = kx^{½}$ olur.

Alınan funksiyaları birlikdə araşdırırıq.

1) $n = 1$ olduqda, $y = kx$ olur. $y = kx$ düz mütənasib

asılılığı ifadə edən xətti funksiyadır. Funksiyanı yuxarıda araşdırmışıq.

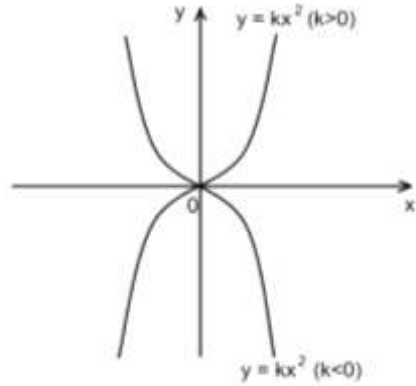
2) $n = 2$ olduqda, $y = kx^2$ olur. Kvadratik funksiyadır,

qrafiki paraboladır.

$k > 0$ olduqda,

$y = kx^2$ olur. Bu

halda funksiyanın qrafiki koordinat başlanğıcından ke-çən və qolları yuxarı yönəlmış parabola olur.



Şəkil 5.

$k < 0$ olduqda,

$y = -kx^2$ olur.

Funksiyanın qrafiki olan parabola koor-dinat başlanğıcın-dan keçməklə aşa-ğıya doğru yönəlir (Şəkil5).

3) $n = 3$ olduqda,

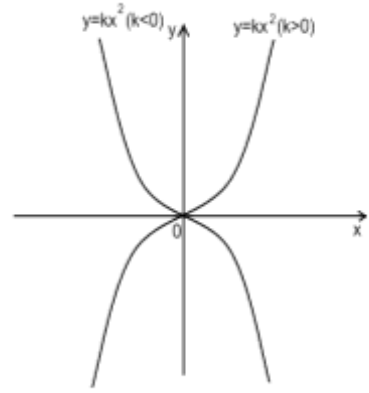
$y = kx^3$ olur. Bu kubik

funksiyanın qrafiki kubik parabola-dır.

$k > 0$ olduqda,

$y = kx^3$ funksiyasının

qrafiki koordinat baş-langıcından keçməklə I və III rüblərdə yerləşir.



Şəkil 6.

$k < 0$ olduqda, $y = kx^3$ funksiyasının qrafiki koordinat başlan-ğıcına görə simmetrik olmaqla II və IV rüblərdə yerləşir (Şəkil 6).

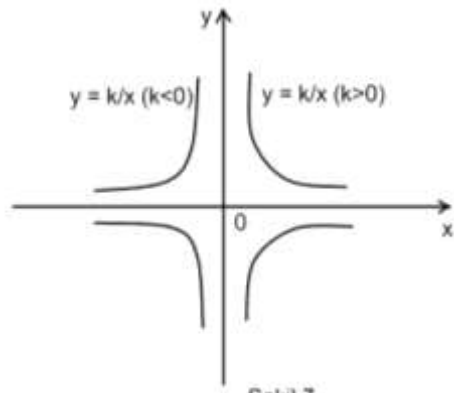
4) $k = 0$ olduqda, $y = kx^0$ olur. Sıfır üstlü kəmiyyət va-hid ($x^0 = 1$) olduğundan funksiya $y = k$ şəklində xətti funksiyaya çevrilir. Onun qrafiki ordinat oxunun $(0, k)$ nöqtəsindən keçən və absis oxuna paralel olan düz xət-lərdir.

5) $n = -1$ olduqda, $y = kx^{-1}$ olur.

Mənfi üstlü kəmiyyətin bir kəsrə bərabər, onun sürəti-nin vahid, məxrəcinin müsbət üstlü kəmiyyətə bərabər ol-duqunu nəzərə aldıqda $y = \frac{k}{x}$ alınır.

$k \neq 0$ olduqda,

$y = \frac{k}{x}$ düsturu ilə verilən ədədi funksi-yaya tərs mütəna-siblik funksiyası de-yərək onun qrafikinin hiperbola əyrisi oldu-ğunu qeyd edirik.

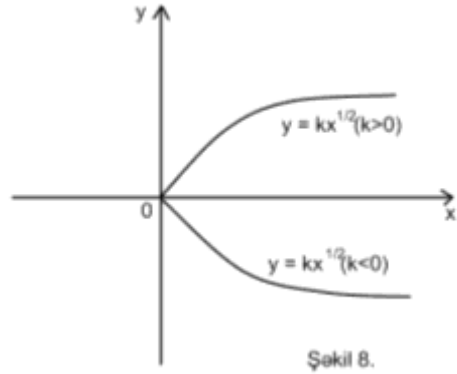


Şəkil 7.

$k > 0$ olduqda, $y = \frac{k}{x}$ funksiyasının qrafiki I və III rüb-lərdə, $k < 0$ olduqda

isə II və IV rüblərdə yerləşir (Şəkil7).

6) $n = ½$ duqda, $y = kx^{½}$ olur. Qüvvət funksiyasıdır, qrafiki hiperbola əyrisidir. $k > 0$ olduqda, $y = kx^{½}$ funksiyasının qrafiki I rübdə, $k < 0$ olduqda isə IV rübdə yerləşir (Şəkil 8).



Şəkil 8.

Konstruktiv təlim nəinki fəndaxili, həm də fənlərarası əlaqə yaratmağa imkan verir. Riyaziyyat həyatın bütün sahələrində var və dəqiq elmlərin əsasında dayanır. İqti-sadiyyat isə demək olar ki, riyaziyyat üzərində qurulub. Belə ki, bütün maliyyə işlərinin əsasında riyazi hesabla-malar durur. Digər tərəfdən, iqtisadiyyatın xüsusi sahəsi olan riyazi iqtisad, iqtisadi məsələləri riyaziyyatın köməyi ilə həll edir, bankların, ölkələrin ümumi vəziyyətini müəy-yənləşdirən iqtisadçılar statistikanın nəticələrinə və riyazi iqtisadın düsturlarına əsasən proqnozlar verirlər.

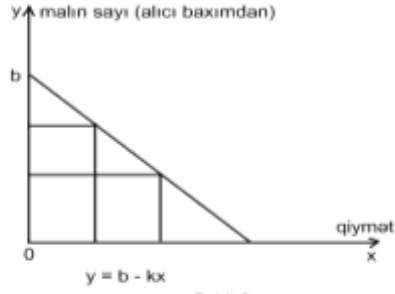
Riyaziyyatn iqtisadiyyatda rolunu və xətti funksiyaların əhəmiyyətini göstərmək məqsədilə bazar iqtisadiyyatında mühüm rol oynayan tələb və təklif funksiyalarının izahını verib qrafiklərini qurdum.

Müəllimin şərhi: Tələb funksiyası bazarın vəziyyətini alıcı baxımından izah edir. Alıcı maraqlı olur ki, az pula daha çox mal alsın. Lakin, yeni alıcı ona əsaslı təsir edə bilmir. Qiymətə görə bazarın tələbi meydana gəlir. Satılan malın sayı

qiymətdən asılı olaraq dəyişir. Qiymət azaldıq-ca daha çox mal satılır və əksinə.

Burada qiymət sərbəst dəyişəndir. Satılan malın miqda-rı yeni tələb qiyməti-nə görə müəyyənlə-şir və o asılı dəyi-şəndir.

Tələb funksiyası ümumi şəkildə $y = b - kx$ düsturu ilə ifadə olunur (Şəkil 9).



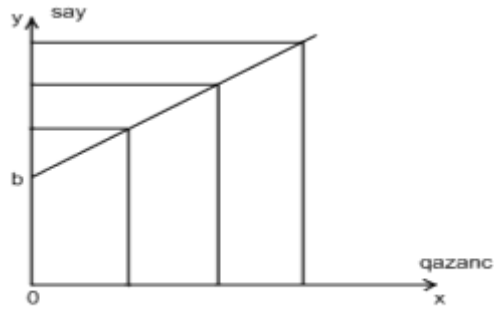
Şəkil 9.

Təklif funksiyası bazarın vəziyyətini satıcı baxımından (daha böyük mənada) izah edir. Yəni, satıcı bazara mal təklif edən hər bir kəs ola bilər. Onu maraqlandıran müna-sib qiymətə daha çox mal satmaqla qazanc etməkdir. Qa-zanc artdıqca isə satılan malın sayı da artır.

Təklif funksiyası ümumi şəkildə $y = b + k$ düsturu ilə iradə olunur (Şəkil 10).

Tələb və təklif funksiyalarını mi-sallar üzərində izah edək.

Fərz edək ki, təklif funksiyası $y = 6 - 3x$ düstu-ru ilə verilmişdir. Burada x – qiymə-ti, y–satılacaq ma-lın miqdarını gös-tərir.



Şəkil 10

$y = 6 - 3x$ xətti funksiyasının qrafiki düz xətdir. Onun qrafıkini qurmaq üçün bu düz xəttin iki nöqtəsini müəyyənləşdiririk.

$x = 1, y = 3$

$x = 2, y = 0$

Göründüyü kimi qiymət artdıqca satış sıfıra yaxınlaşır. Satılacaq malın miqdarı və qiyməti müsbət ədədlər olduğundan qrafikin I rübədəki hissəsinə baxırıq.

Fərz edək ki, təklif funksiyası $y = 6 + 3x$ düsturu ilə verilmişdir. Burada qazanc (x) və satılacaq malın miq-darı (y) arasında düz mütənasib asılılıq var.

$x = 1, y = 9$

$x = 2, y = 15$

Göründüyü kimi həm qazanc, həm də malın miqdarı artır.

Adətən, alıcı çox almaq, satıcı münasib qiymətə satıb qazanmaq istəyir. Maraqlar qiymətdə toqquşur. Bu məsə-lədə iqtisadçılar müəyyən proqnozlar verir, infilyasiyanı hesablayırlar. Belə ki, bazar həm alıcının, həm də satıcı-nın marağına cavab verməlidir. Bazardakı mal üçün ortaq miqdar və qiymət hesablanmalıdır. Bununçün $y = 6 - 3x$ və $y = 6 + 3x$ düsturlarında sol tərəflərin bərabərliyindən sağ tərəflərin bərabərliyini yazdıq və aldığımız tənliyi həll etdik.

$y = 6 - 3x$

$$y = 6 + 3x$$

$$6 - 3x = 6 + 3x$$

$$x = 0$$

$$y = 6 - 3 \cdot 0 = 6$$

$$y = 6 + 3 \cdot 0 = 6$$

Tapdığımız x bazarın tələb və təklifini ödəyən alqı-satqı qiyməti olur. Yəni, bu qiymətə satıcı satmaq istədiyi bütün malı satır, alıcı isə almaq istədiyi miqdarı alır. Buna tarazlıq qiyməti deyilir. x - in qiymətini istənilən funksiya-da yerinə yazmaqla satılan malın miqdarı tapırıq.

Riyaziyyat elmi idrakın inkişafına xidmət edir. Onu konstruktiv təlimlə tədris etmək fəndaxili mövzular arasındakı əlaqəni daha da möhkəmləndirir, başqa fənlərlə vəh-dəti şagird təfəkküründə yeni dünya yaradır.

2.2. Funksiyanın təyin oblastı və qiymətlər çoxluğunun tapılması–x sinif

Riyaziyyat bəzən, yalnız rəqəmlərdən, ədədlərdən, düsturlardan və qanunlardan ibarət bir elm təəssuratı bağışlayır. Əslində isə o həyatın düsturlar şəklində yazılışı-dır. Geniş əhatə dairəsi olan funksiyalar buna əyani misal ola bilər.

Funksiyaları sabit və dəyişən kəmiyyətləri aydınlaşdı-raraq izah etmək məqsədəuyğundur. Belə ki, həyati hadi-sələrdə bəzi kəmiyyətlər sabit qalır, bəziləri isə dəyişir.

Məsələn: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, üçbucağın daxili bucaqla-

rının cəmi, sərbəsrdüşmə təcili, sutkanın uzunluğu və s. sabit kəmiyyətlərdir.

Təbiət hadisələrini öyrənərkən kəmiyyətlər arasında asılılıq olduğunu görürük. Məsələn, sürət yerdəyişmə sa-bit olarsa, zamandan asılı dəyişən kəmiyyət olur (Yerdə-yişmə sabit olmazsa, sürət həm yerdəyişmə, həm də za-mandan asılı olaraq dəyişir. Bu halda funksiyaya çoxdəyi-şənli funksiya deyilir). Ağırlıq qüvvəsi cismin kütləsindən asılıdır ($P = mg$). Bu cür asılılıqlar funksional asılılıqlar-dır.

"Funksiyanın təyin oblastı və qiymətlər çoxluğu"nun ta-pılması mövzusunu tədris edərkən yuxarıdakı fikirlər ətra-fında müzakirələr aparmaqla funksiyanın həyatdakı yerini və rolunu müəyyənləşdirdim. Sonra funksiyanın təyin ob-lastı və qiymətlər çoxluğunu tapmaq üçün funksiya haq-qındakı bütün məlumatları araşdırdıq. Şagirdlərin araşdır-maq, yaratmaq, təhlil etmək kimi yaradıcılıq qabiliyyətləri-nə əsaslanaraq dərsi sual-cavab üstündə qurdum.

İlk sualım belə oldu.

Sual: Funksiya nədir?

Cavab.

1) Kəmiyyətlər arasında asılılıqdır.

2) Funksiya funksiyanal asıllığın ifadəsidir.

3) **Tərif.** x dəyişəninin hər bir qiymətinə y dəyişəninin müəyyən bir qiymətini qarşı qoyma qaydası (qanunu) verilmişsə, onda deyirlər ki, y dəyişəni x dəyişəninin funksiyasıdır.

4) Təcil sürət dəyişməsinin zamana görə funksiyasıdır.

5) Funksiya iki dəyişən kəmiyyət arasında asılılıqdır.

Sual: Funksional asılılığı necə başa düşürsünüz?

Cavab.

1) Funksiya sözünün mənası icra (fəaliyyət) olduğun-dan funksional asılılıq bir və ya bir neçə kəmiyyətin dəyış-məsinə görə digər kəmiyyətin dəyişməsidir.

2) Fəsillərin dəyişməsi zamandan, küləklər isti və so-yuq hava kütlələrinin yerdəyişməsindən, cismin tempera-turu ona verilən istilik miqdarından və s. funksional asılı-dır.

3) Funksional asılıqda sərbəst dəyişən kəmiyyətin hər bir qiymətinə asılı dəyışıən kəmiyyətin yeganə qiyməti uy-ğun gəlir.

1) X ədədi çoxluğundan götürülmüş hər bir x-ə Y çoxluğundan yeganə y ədədini qarşı qoyan qaydaya X çoxluğunda verilmiş ədədi funksiya deyilir.

2) Burada x-ə sərbəst dəyişən və ya funksiyanın arqumenti, y-ə asılı dəyişən və ya x arqumentinin funksiyası deyilir.

3) X çoxluğu funksiyanın təyin oblastı adlanır və $D(f)$ kimi işarə olunur.

4) $Y = \{f(x),\ x \epsilon D(f)\}$ şərtini ödəyir və funksiyanın qiymətlər çoxluğu və ya qiymətlər oblastı adlanır, $E(f)$ ki-mi işarə olunur.

Tapşırıq: $y = kx + b, y = kx\ , y = b, y = ax^{2n}$ $y = ax^{2n+1},\ y = \frac{k}{x}, y = kx^{½}$ düsturları ilə verilmiş funksiyaların təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu göstərin.

Tapşırıqların cavablarını siniflə birgə araşdırdıq.

Cavab.

1) $y = kx + b, y = kx$ funksiyası xətti funksiyadır.

Funksiyaların qrafiki düz xətdir. Onların təyin oblastı və qiymətlər çoxluğu bütün həqiqi ədədlər çoxluğudur.

$$D(f) = R, E(f) = R$$

2) $y = b$ funksiyasının qrafiki absis oxuna paralel olan düz xətlərdir.

Funksiyaların təyin oblastı həqiqi ədədlər çoxluğudur.

$$D(f) = R$$

Funksiyaların qiymətlər oblastı

$$E(f) = [0, b]$$

olur.

3) $y = ax^{2n}$ qüvvət funksiyasının (xüsusi halı $y = ax^2$ kvadratik funksiyasıdır) təyin oblastı bütün həqiqi ədədlər çoxluğudur.

$D(f) = R$

Funksiyanın qiymətlər oblastı $a > 0$ olduqda, müsbət həqiqi ədədlər çoxluğudur.

$E(f) = [0, \infty)$

$a < 0$ olduqda isə, mənfi həqiqi ədədlər çoxluğudur.

$E(f) = (-\infty, 0]$

$y = ax^2 + bx + c$ kvadratik funksiyasının təyin oblastı həqiqi ədədlər çoxluğudur. Qiymətlər çoxluğu parabolanın təpə nöqtəsinin koordinatı olan n-dən

$(m = -\frac{b}{2a}, n = -\frac{b^2-4ac}{4a})$ və a-nın işarəsindən asılı olaraq müəyyənləşir.

$a > 0$ olduqda, $E(f) = [n, \infty)$ olur.

$a < 0$ olduqda, $E(f) = (-\infty, n]$ olur.

4) $y = ax^{2n+1}$ qüvvət funksiyasının ($y = ax^3$ kubik funksiyası qüvvət funksiyasını xüsusi halıdır) təyin oblastı R həqiqi ədədlər çoxluğudur.

$x > 0$ üçün $x^{2n+1} \geq 0$, $x < 0$ üçün $x^{2n+1} \leq 0$ olur. Ona görə də $y = ax^{2n+1}$ funksiyasının qiymətlər oblastı da hə-qiqi ədədlər çoxluğudur. $a > 0$ olduqda, $y = ax^{2n+1}$ funk-siyasının qrafiki koordinat başlanğıcından keçməklə I və III rüblərdə, $a < 0$ olduqda, $y = ax^{2n+1}$ funksiyasının qra-fiki koordinat başlanğıcına görə simmetrik olmaqla II və IV rüblərdə yerləşsə də qiymətlər oblastı yenə R olur.

5) $y = \frac{k}{x}$ funksiyasının həm təyin oblastı, həm də qiymətlər çoxluğu $(-\infty, 0)U(0, \infty)$ çoxluğudur.

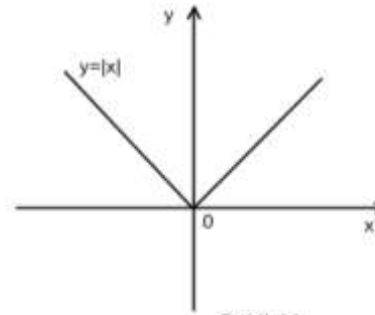
6) $y = \sqrt{x}$ funksiyasının təyin oblastı $x \geq 0$ şərtini ödə-yən ədədlər çoxluğu, qiymətlər çoxluğu musbət həqiqi ədədlər çoxluğudur.

$y = k\sqrt{x+b}$ olduqda təyin oblastı $x + b \geq 0$ şərtini ödəyən ədədlər çoxluğu, $k > 0$ olduqda, müsbət həqiqi ədədlər çoxluğu, $k < 0$ olduqda, mənfi həqiqi ədədlər çoxluğu olur.

Sual: Qrafikləri verilmiş funksiyalar haqqında nə deyə bilərsiniz.

Cavab:

1) $y = |x|$ funksiyasının qrafikidir (Şəkil 11).



Şəkil 11.

$$|x| = \begin{cases} x, x \geq 0 \ olduqda, \\ -x, \ x \leq 0 \ olduqda \end{cases}$$

$y = |x|$ funksiyasının təyin oblastı $(-\infty, +\infty)$ çoxluğudur, yəni R-dir.

İstənilən x üçün $|x| \geq 0$ olduğundan, $y = |x|$ funksiyasının qiymətlər oblastı $[0, +\infty)$ aralığı, yəni mənfi olmayan həqiqi ədədlər çoxlu-ğudur.

2) Şəkildə $y = a^x$ funksiyasının qrafiki təsvir edilmiş-dir (Şəkil 12).

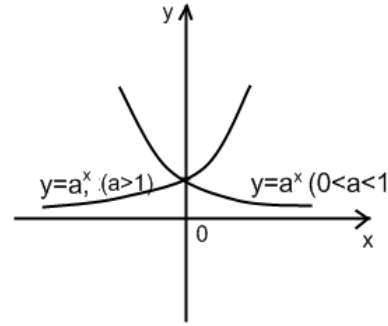
Tərif: a vahiddən fərqli hər hansı müsbər ədəd olmaq-la $y = a^x$ düsturu ilə verilən ədədi funksiyaya əsası a olan üstlü funksiya deyilir.

Üstlü funksiyanın tə-yin oblastı bütün həqiqi ədədlər çoxluğudur.

$D(a^x) = R \ (a > 0, a \neq 1)$

Üstlü funksiyanın qiymətlər çoxluğu müsbət həqiqi ədədlər çoxluğu-dur.

$E(a^x) = R$



Şəkil 12.

Tərs funksiyanı izah edib loqarifmik funksiyanın təyin oblastını və qiymətlər çöxluğunu tapmaq olar.

Verilmiş funksional asılılıqda arqument ilə funksiya öz rollarını dəyişdikdə, yeni funksiya alınır ki, buna verilən funksiyaya nisbətən **tərs funksiya** deyilir.

Üstlü və loqarifmik funksiyalar qarşılıqlı tərs funksiya-lardır.

$a > 0, a \neq 1$ olduqda $y = \log_a x$ düsturu ilə verilən ədə-di

funksiyaya loqarifmik funksiya deyilir.

1) Loqarifmik funksiyanın təyin oblastı müsbət həqiqi ədədlər çoxluğudur.

$D(\log_a x) = (0, +\infty)$

2) Loqarifmik funksiyanın qiymətlər çoxluğu bütün həqiqi ədədlər çoxluğudur.

$E(\log_a x) = (-\infty, +\infty)$

Bilikləhi möhkəmləndirmək məqsədilə aşağıdakı çalış-malara baxırıq.

Tapşırıq: Bir neçə funksiya yazaq və onların təyin ob-lastını və qiymətlər çoxluğunu tapaq.

$y = 2x + 5, y = 4 - x, f(x) = 7x - \frac{1}{2}, f(x) = \sqrt{x-5},$

$f(x) = \frac{5}{x-9}$

Cavablar:

1) $y = 2x + 5, y = 4 - x, f(x) = 7x - \frac{1}{2}$ funksiya-ları

xətti funksiyadır. Onların təyin oblastı və qiymətlər çoxluğu bütün həqiqi ədədlər çoxluğudur.

2) $y = \sqrt{x-5}$, funksiyanın təyin oblastını və qiymətlər

çoxluğunu tapaq.

Həlli:

$y = \sqrt{x-5}$

$$x - 5 \geq 0$$

$$x \geq 5$$

$$D(f) = [5, \infty), E(f) = [0, \infty)$$

3) $f(x) = \frac{5}{x-9}$ funksiyanın təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu tapaq.

Həlli: Funksiya x – in məxrəci sıfra çevirən qiymətində təyin olunmayıb. 9 ədədi məxrəci sıfra çevirir.

$$f(x) = \frac{5}{x-9}$$

$$x - 9 \neq 0$$

$$x \neq 9$$

$$D(\mathrm{f}) = (-\infty, 9) \mathrm{U} (9, \infty)$$

$$\mathrm{E(f)} = (-\infty, 0) \mathrm{U} (0, +\infty)$$

Araşdırmanı dərslikdəki çalışmaları həll etməklə da-vam etdiririk. Xüsusi hallarla rastlaşırıq.

$y = \frac{x-1}{x^2+4}$ - İstənilən ədədin kvadratı müsbət ədəd ol-duğundan funksiyanın məxrəci heç vaxt sıfıra çevrilmir və $\mathrm{D(f)} = \mathrm{R}, \mathrm{E(f)} = \mathrm{R}$ -dir.

$y = \sqrt{x^2 + 3}$ - funksiyanın təyin oblastı və qiymətlər çoxluğu bütün həqiqi ədədlər çoxluğudur. Çünki, $x^2 + 3$ həmişə müsbət ədəddir.

Çalışma: $f(x) = \frac{\sqrt{2x-x^2}}{\sqrt{x-1}}$ funksiyasının təyin oblastını tapaq.

Həlli:

$$\begin{cases} 2x - x^2 \geq 0 \\ x - 1 \geq 0 \\ \sqrt{x-1} \neq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x - x^2 \geq 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases}$$

$2x - x^2 \geq 0$ bərabərsizliyini həll edib funksiyanın sıfırlarını tapıb aralıqlarda funksiyanın işarəsini müəyyənləş-dirir və bərabərsizliyimizi ödəyən aralığı qeyd edirik

$2x - x^2 = x(2 - x)$

$x = 0, x = 2$

$F(1) = 2 \cdot 1 - 1^2 = 1 > 0$

$2x - x^2 \geq 0$ bərabərsizliyin həllər çoxluğu $[0,2]$ aralığıdır.

$x - 1 > 0,\ x > 1$ olduğundan $x \in (1, \infty)$ olur.

$f(x) = \frac{\sqrt{2x-x^2}}{\sqrt{x-1}}$ funksiyanın təyin oblastı $\begin{cases} 2x - x^2 \geq 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases}$ bərabərsizliklərinin həllər çoxluğunun kəsişdiyi aralıqdır.

$D(f) = (1,2]$

Dərsin "Təssəvvürlərin əks olunması" adlanan ikinci hissəsində şagirdlər qrupların işçi vərəqlərində tərtib olunmuş misalları həll etdilər.

İşçi vərəqlərindən birinin nümunəsi:

Qrup1.

1) Funksiya hansı üsullarla verilir?

2) Tərs mütənasib və düz mütənasib asılılığı necə başa düşürsünüz?

3) $y = \sqrt{x} - 8$ funksiyasının qrafikini qurun

4) $y = \sqrt{3 - \frac{4}{x}}$ funksiyanın təyin oblastını tapın.

5) $y = 3x^2 - 6x + 7$ funksiyasının qiymətlər çoxluğu-nu tapın.

Şagirdlər işçi vərəqlərində olan tapşırıqları yerinə yetirdikdən sonra hər qrupdan bir seçilmiş şagird işi təqdim etdi.

Konstruktiv təlimlə qurulmuş riyaziyyat dərsində funksiyalar haqqındakı biliklər genişləndi, müxtəlif funksiyala-rın təyin oblastı və qiymətlər çoxluğu tapıldı.

§ 3. Tənlik

3.1. Tənlik

"Tənlik"lərlə bağlı fəsillər orta məktəb kursu boyunca sinifdən-sinifə keçdikcə genişlənir. Belə ki, xətti tənliklər haqqındakı biliklər dəqiqləşdirildikdən sonra kvadrat tənlik və ikidəyişənli tənliklərin həll qaydaları araşdırılır. Müxtəlif siniflərdə ikidəyişənli tənliklər sisteminin fərqli formaları-nın və nahayət, çoxdəyişənli tənliklər sisteminin həll qay-daları izah edilir. Triqonometrik, üstlü, loqarifmik və sadə diferensial tənliklərə baxılır.

Fikrimcə, müxtəlif tip tənlikləri həll etmək üçün xüsusi qaydalardan əvvəl xətti və kavadrat tənliklər, onların həll qaydaları və tənliyin kökü haqqındakı biliklər mənimsət-mək lazımdır.

Tənlikdən əvvəl bərabərlik və eynilik haqqındakı məlu-matlara nəzər salmaq istəyirəm. Tarixi məlumatlara görə, qədim yunan alimləri bərabərlik, böyük və kiçik işarələrin-dən istifadə etmişdirlər (işarələr indiki formada olmasa da). İndiki şəkildəki bərabərlik (=) işarəsini ilk dəfə ingilis həkimi Robert Rekord (1510-1558) özünün cəbrə aid əsərində işlətmişdir.

Tərif. Bir-biri ilə"=" işarəsi ilə bağlanan iki cəbri ifadə-yə bərabərlik deyilir.

Məsələn: $12 + 7 = 19$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Birinci ədədi, ikinci hərfi bərabərlikdir.

Tərif: Hərflərin bütün mümkün qiymətlərində doğru olan bərabərliyə eynilik deyilir.

1) $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

2) $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

3) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

4) $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

5) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

6) $tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

7) $1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} = \sec^2\alpha \ \ (\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k)$

8) $tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1 \ \ \alpha \neq \pi k, \ \alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k$

Hərfi bərabərliklər həmişə hərflərin bütün mümkün qiymətlərində bərabər olmurlar. Onda hərfin bərabərliyi doğ-ru edən qiyməti axtarılır.

Tərif. Qiymətinin tapılması tələb olunan hərfin daxil olduğu bərabərliyə tənlik deyilir.

Tənlikdəki hərf məhcul və ya dəyişən adlanır.

Tərif. x dəyişənindən asılı olan $f(x)$ və $g(x)$ ifadələri üçün $f(x) = g(x)$ bərabərliyinə birdəyişənli tənlik deyilir (birdəyişənli tənlik xətti, kvadrat və s. tənliklər ola bilər).

Tənliyi doğru ədədi bərabərliyə çevirən hər bir x-ə onun kökü deyilir.

Tənliyin kökləri çoxluğuna onun həlli deyilir.Tənliyi həll etmək onun bütün köklərini tapmaq və ya kökünün olmadığını göstərməkdən ibarətdir.

Birdəyişənli tənlikdə dəyişənin dərəcəsi qədər tənliyin kökü var.

Məsələn: Xətti tənliyin bir, kvadrat tənliyin iki, dəyişəninin dərəcəsi üç olan tənliyin üç və s. kökü var. Amma bu-rada bəzi məqamları qeyd etmək lazımdır.

1) Tənliyin kökü olmur($3x^2 + 1 = -8$).

2) Kənar köklər alınır və ya köklər itir (Bu halla əsasən, irrasional, triqonometrik, üstlü və loqarifmik tənliklərin həlli zamanı rastlaşırıq. Funksiyaların xassələindən və tənliyin hər tərəfini müəyyən bir ifadəyə vurub-bölməkdən və s. alınır).

3) $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tənliyinin diskiriminantın işarəsindən ($x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$) asılı olmayaraq iki kökü olduğunu aşağı siniflərdən qeyd etmək olar (Orta məktəb kursunda kavadrat tənliyin $D > 0$ olan halda iki, $D = 0$ olduqda bir-birinə bərabər bir kökü olduğu qeyd edilir. X sinifdə kompleks ədədlərin tədrisi zamanı $D < 0$ olduqda da iki kök tapılır).

Tərif. a, b, c hər hansı ədədlər, x və y məchul olduqda $ax + by = c$ yaxud, $f(x, y) = g(x, y)$, $F(x, y) = 0$ şəklində olan tənliyə ikiməchullu xətti tənlik deyilir.

Dəyişənlərin ikiməchullu xətti tənliyi doğru bərabərliyə çevirən qiymətləri cütünə ikiməchullu xətti tənliyin həlli deyilir.

Ayrılıqda götürülmüş $ax + by = c$ tənliyinin sonsuz sayda kökü var.

Çünki, düstur xətti funksiyanın analitik ifadəsidir.

x və y dəyişənləri bir tənliklə deyil ikiməchullu iki tənlik-

lə bağlıdırsa, onda verilmiş tənliklər ikidəyişənli tənliklər sistemini əmələ gətirir.

$$\begin{cases} F(x,y) = 0 \\ G(x,y) = 0 \end{cases}$$

İkidəyişənli xətti tənliklər sisteminin həlli (x,y) cütüdür.

İkidəyişənli ikidərəcəli tənliklər sisteminin həlli bir və ya kökləri üst-üstə düşən iki ədədlər cütü olur. Yuksək dərə-cəli ənliklərdə həll cütləri ikidən çox olur.

Tənliklər sistemi cəbri toplama, əvəzetmə və qrafik üsulla həll edilir.

1) Cəbri toplama üsulu. Bu üsulun mahiyyəti, məc-hulların birini yox edib, o birini tapmaqdan ibarətdir. Sonra tapılan məchulun qiyməti tənliklərdən birində yerinə qo-yub o biri məchulu tapırlar.

2) Əvəzetmə üsulu. Bu üsulla sistemi həll edərkən tənliklərin birindən məchulun birini o biri vasitəsilə ifadə edib, ikincidə yazmaqla birməchullu tənlik alırlar. Tənlik həll edilərək məchulun qiyməti tapılır və əvəzetmə yerinə yazılmaqla ikinci məchul hesablanır.

3) Qrafik üsul. Sistemdəki tənliklər ayrı-ayrılıqda funk-siya olduğundan sistemin həllər çoxluğunu müəyyən et-mək üçün hər bir tənliyin qrafikini qurub, onların kəsişmə nöqtəsını tapırlar. Kəsişmə nöqtəsinin koordinatları siste-min həlli olur.

Tənliklərin köməyi ilə müxtəlif tip məsələlər həll edilir.

Tənlik qurmaq-məsələdə verilən (məlum) və axtarılan (məchul) kəmiyyətlər arasındakı əlaqəni riyazi şəkildə ifa-də etməkdir.

Tənlik qurmaqla məsələ həlli adətən üç mərhələyə bö-lünür.

1) Məchulu x-lə (y, z, t və s. ilə işarə etmək olar) işarə

edərək, məsələdə verilənlərə əsasən tənlik qurulur;

2) Alınan tənlik həll edilir;

3) Məsələnin məzmununa uyğun gələn(məsələnin şərtini ödəyən) həll seçilir.

Tənliyə aid fikirlərimi aşağıdakı dərs nümunələrində göstərmişəm.

3.2. Triqonometrik tənliklərin həlli – X sinif

Dərsin məqsədi: şagirdlərin triqonometrik tənliklərin həlli haqqındakı biliklərini formalaşdırmaq, tənliklərin həll üsullarını araşdıraraq onlar üzərində yeni biliklər qurmaq, şagirdlərin qruplarda qarşılıqlı fəaliyyətlərini inkişaf etdirməkdir.

Konsruktiv təlimlə tədris etdiyim dərsin axtarış adla-nan birinci hissəsində qarşıya qoyduğum məqsəd, şagird-lərin tənlik və triqonometriya haqqındakı biliklərini möh-kəmləndirərək onları əlaqəli şəkildə inkişaf etdirmək idi. Mövzu çox geniş və ağır olduğundan əsas məqamlara baxdıq, düsturları xatırlamaq üçün qaydalardan istifadə etdik.

Əvvəlcə mövzunun adı ilə əlaqədar olaraq triqonomet-riya və tənlik haqqındakı bilikləri araşdırdıq. Sonra triqo-nometrik tənliklərin həll üsulları ilə tanış olduq.

Sual. Triqonometriya haqqında nə deyə bilərsiniz?

Cavab.

Triqonometriya-yunanca trígono "üçbucaq" və métron "ölçü" sözlərindən götürülmüşdür.

Triqonometriya həndəsənin, yəni riyaziyyatın bir his-səsi olub üçbucaqların tərəflərinin uzunluğu və bucaqları arasındakı münasibətləri öyrədir.

Triqonometriyanın əsas vəzifəsi üçbucağın verilmiş hər hansı üç parametri (yan tərəfi, bucağı, meridian və s.) əsasında yerdə qalanlarını təyin etməkdən ibarətdir. Bununçün köməkçi vasitə kimi triqonometrik ifadələrdən $\sin\alpha, \cos\alpha, \operatorname{tg}\alpha, \operatorname{ctg}\alpha$ istifadə edilir.

Sual: Triqonometrik funksiyalar düzbucaqlı üçbucaqda hansı münasibətləri müəyyənləşdirir.

Cavablar:

1) Verilmiş bucağın sinusu = qarşı katet/hipotenuz

2) Verilmiş bucağın kosinusu = qonşu katet/hipotenuz

3) Verilmiş bucağın tangensi=qarşı katet/qonşu katet

4)Verilmiş bucağın kotangensi=qonşu katet/qarşı katet

Sual. Tənliyi necə başa düşürsünüz?

Cavab.

1) Tənlik ədədlərindən biri naməlum olan bərabərlikdir.

$$37 = 7 + x$$

2) Tənlikdə bərabərliyin sağı və solu bərabərdir.

3) Tənlikdə məchul ədəd axtarılır.

Tapşırıq. $x^2 - 3x - 4 = 0$ tənliyini bərabərliyə çevirən məhculun qiymətləri hansıdır və necə tapılır?

Cavab.

1) 4 tənliyi sıfra bərabər edir.

2) -1 tənliyi tən edir.

3) Kvadrat tənliyi həll edib köklərini tapırıq $(4, -1)$.

4) Viyet teoreminin köməyi ilə $(4, -1)$ tapılır (Köklərin hasili sərbəst həddə, cəmi əks işarə ilə bir dərəcəli dəyi-şənin əmsalına bərabərdir).

Şagirdlər cavabları ümumiləşdirərək belə nəticəyə gəlirlər:

1) Dəyişəni olan bərabərliyə tənlik deyilir.

2) Dəyişənin tənliyi doğru bərabərliyə çevirən qiymətinə tənliyin kökü deyilir.

Tapşırıq. Sadə triqonometrik tənlikləri sadalayın.

Cavab.

$\sin t = a(|a| \le 1),\ t = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in Z$

$\sin t = -a(|a| \le 1),\ t = (-1)^{k+1} \arcsin a + \pi k, k \in Z$

$\cos t = a(|a| \le 1),\ t = \pm \arccos a + 2\pi k,\ k \in Z$

$\cos t = -a(|a| \le 1),\ t = \pm(\pi - \arccos a) + 2\pi k,\ k \in Z$

$\operatorname{tg} t = -a,\ t = -\operatorname{arctg} a + \pi k, k \in Z$

$\operatorname{ctg} t = a,\ t = \operatorname{arcctg} a + \pi k,\ k \in Z$

$\operatorname{ctg} t = -a,\ t = \pi - \operatorname{arcctg} a + \pi k,\ k \in Z$

Sual. Triqonometrik tənliklər necə həll olunur?

Cavab.

1) Kvadrat tənlik kimi həll olunur.

2) Triqonometrik eyniliklərin köməyi ilə sadələşdirilir.

3) Əvəzetmə aparmaqla cəbri tənliyə gətirilir.

4) Tənliyə köməkçi bucaq daxil etməklə həll edirlər.

Bilikləri ümumiləşdirib müxtəlif üsullarla həll olunan triqonometrik tənliklərin həllinə baxırıq.

Nəticə:

Triqonometriya üçbucağın bucaqları və tərəfləri arasın-da münasibəti müəyyənləşdirir.

Sadə triqonometrik tənliklərdə arqument məchul kəmiyyətdir.

Triqonometrik tənlikdə triqonometrik ifadə məchul kəmiyyətdir.

Triqonometrik tənliklər müxtəlif üsullarla həll edilərək sadə triqonometrik tənlik şəklinə gətirilir.

Triqonometrik ifadənin müəyyənləşdirdiyi məchul kəmiyyət – bucaq sadə triqonometrik tənliyin köməyi ilə həll edilir.

Dərslikdəki misallar üzərində araşdırmaları davam edi-rik.

Misal. $sin^2 x - 2sinx - 3 = 0$ tənliyi tən olduğunu nə-

zərə alaraq həll edək.

Həlli:

-1 və 3 tənliyi sıfra çevirir.

$sinx = 3$ tənliyinin həlli yoxdur. Çünki funksiya

$-1 \leq y \leq 1$ aralığında qiymət alır.

$$sinx = -1$$

$$x = (-1)^{k+1} arcsin1 + \pi k, k \in Z$$

$$x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$$

Misal. $sin^2 x - 5sinxcosx + 6\cos^2 x = 0$ tənliyini həll

edək.

Həlli:

$sin^2 x - 5sinxcosx + 6\cos^2 x = 0$ (tənliyin hər tərəfini

$\cos^2 x$ - ə bölürük)

$$tg^2 x - 5tgx + 6 = 0$$

$tgx = y$ əvəzləməsi aparaq.

$$y^2 - 5y + 6 = 0$$

$$\begin{cases} y_1 \cdot y_2 = 6 \\ y_1 + y_2 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \cdot 3 = 6 \\ 2 + 3 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_1 = 2 \\ y_2 = 3 \end{cases}$$

$$tgx = y,\ tgx = 2,\ x = \text{arctg}2 + \pi k, k \in Z$$

$$tgx = y,\ tgx = 3,\ x = \text{arctg}3 + \pi k, k \in Z$$

Müəllimin şərhi:

$asinx + bcosx = c$ tənliyinin həllinin tapılması üsulu köməkçi bucaq daxil etmə üsulu adlanır.

$asinx + bcosx = c$ tənliyinin hər tərəfini $\sqrt{a^2 + b^2}$ ifadəsinə bölməklə köməkçi bucaq daxil edib

$$\sin(\alpha + \beta) = sin\alpha\, cos\beta + sin\beta\, cos\alpha$$

eyniliyini nəzərə alsaq tənliyin həlli üçün

$$\boldsymbol{\sin(x + \alpha) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}}$$

düsturu alınar.

Tənliyi həll edərkən $\boldsymbol{\alpha = \text{arctg}\frac{b}{a}}$ bucağın hansı rübə düşdüyünü nəzərə almaq vacibdir.

Misal. $sinx + cosx = \sqrt{2}$ tənliyini həll edək.

Həll: $\alpha = \text{arctg}\frac{b}{a} = \text{arctg}\frac{1}{1} = \text{arctg}\,1 = \frac{\pi}{4}$

$(sinx = \frac{\sqrt{2}}{2} > 0, cosx = \frac{\sqrt{2}}{2} > 0)$

$\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

$\sin(x + \pi/4) = 1$

$x + \frac{\pi}{4} = (-1)^k \arcsin 1 + \pi k, k \in Z$

$x + \pi/4 = (-1)^k \pi k, k \in Z$

$x = \pi/4 + (-1)^k \pi k, k \in Z$

Çalışmaların həlli siniflə birlikdə araşdırdıq. Şagirdlər yeni bilikləri hazır şəkildə deyil, təfəkkürü inkişaf etdir-məklə əldə etdilər.

Dərsin ikinci hissəsində şagirdlər qrupların işçi vərəq-lərində tərtib olunmuş misalları işləyib onun təqdimatını edirlər.

İşçi vərəqlərindən birinin nümunəsi:

Qrup 1.

1) Bir neçə triqonolmetrik tənlik yazın.

2) $2cosx + \sqrt{3} = 0$ tənliyi həll edin.

3) $2\,sin^2 x + cosx + 1 = 0$ tənliyi həll edin.

4) Sinuslar teoreminin riyazi ifadəsini yazın.

5) $\sqrt{3}\,sinx - cosx = 1$ tənliyi həll edin.

Şagirdlər işçi vərəqlərində olan tapşırıqları yerinə yetir-dikdən sonra hər qrupdan bir seçilmiş şagird işi təqdim edir. Qiymətləndirmə aparılır.

3.3 Tənlik qurmaqla məsələ həlli – VII, VIII sinif

Konstruktiv təlim texnologiyasının tətbiqi ilə qurduğum bu dərs özündə interaktiv texnologiyanı əks etdirir və bu-rada fərdi yaradıcılıq ictimailəşərək genişlənir və daha da dərin çalarlar yaradır.

Dərsin məqsədi: şagirdlərin "Tənlik qurmaqla məsələ həlli" haqqındakı biliklərini genişləndirmək, onları zəngin-ləşdirərək yeni biliyə çevirmək və şagirdlərin qruplarda qarşılıqlı fəaliyyətlərini inkişaf etdirmək idi.

Dərsə axtarışla başladım. Dərsdə tənlik və məsələ haqqındakı bilikləri təkrarlayaraq genişləndirdik, müxtəlif tip məsələləri həll etdik.

İlk sualım belə oldu.

Sual. Tənliyi necə başa düşürsünüz?

Cavab.

1)Tənlik ədədlərindən biri naməlum olan bərabərlikdir.

$37 = 7 + x$

2) Tənlik eynilikdən fərqli olaraq ona daxil olan hərfin istənilən deyil, müəyyən qiymətlərində doğrudur.

3) Tənlikdə məchul ədəd axtarılır.

Cavabları ümumiləşdirərək belə nəticəyə gəlirik:

1) Dəyişəni olan bərabərliyə tənlik deyilir.

2) Dəyişənin tənliyi doğru bərabərliyə çevirən qiyməti-nə tənliyin kökü deyilir.

Tapşırıq.

$x - 23 = 5, 5 + x = 20, 15 + 23 = 17 + x$ tənliklərin-dən məsələ tərtib edin.

Cavab.

1) 23 kitab satıldıqdan sonra 59 kitab qaldı. Necə kitab var idi?

2) Aysel atasından 5 manat pul aldıqdan sonra 20 ma-nat pulu oldu. Onun əvvəlcə neçə manat pulu vardı?

3) Ağ (15) və qara (23) kürələrin sayı, qırmızı (17) və sarı kürələrin sayına bərabərdi. Neçə sarı kürə var?

Tənliklərdən məsələ tərtib etdikdən sonra görürük ki, tənliklər hesablayıcının əməyini sadələşdirir. Ona görə də bir çox məsələləri həll edərkən məsələnin tipinə uyğun tənlik və tənliklər sistemi qurmaq lazım gəlir. Tənlik qurar-kən axtarılan kəmiyyəti məchul – $x, y, z, \ldots$ qəbul edib mə-sələni şərtə uyğun "riyazi dilə" keçiririk.

Tənlik qurmaqla məsələ həllinə orta məktəb kursunda geniş yer verilir. Riyaziyyatın əksər sahələrini, fizika, kim-ya, astronomiya və s. elmlərin bəzi sahələrini əhatə edir.

Çalışma həllinə ədədin hissəsinin tapılmasına aid mə-sələdən başlayıram.

Müəllimin şərhi: Ədədin hissəsini tapmaq üçün ədədi hissə göstərən kəsrə vurmaq lazımdır.

Məsələ: İki bağlamada 156 dəftər var və birinci bağla-madakı dəftərlərin sayı ikinci bağlamadakının $\frac{6}{7}$ hissəsinə bərabərdir. Hər bağlamada neçə dəftər var?

Həlli:

I bağlama	II bağlama
$x \cdot \frac{6}{7}$	x

$x \cdot \frac{6}{7} + x = 156$

$x = 156 : \frac{13}{7}$

II b. $x = 84$

I b. $x \cdot \frac{6}{7} = 84 \cdot \frac{6}{7} = 72$

Dərsdə əsas məqsədim fiziki tipli məsələləri araşdır-maq idi.

Sual. Sürət dedikdə nə başa düşürsünüz?

Cavab.

1) Sürət hərəkətdir.
2) Cismin nə qədər tez və ya gec irəliləməsini göstərir.
3) Zaman çoxaldıqca sürət azalır.
4) Qət edilən yol sürətdən asılıdır.

Müəllimin şərhi: Sürət cismin yerdəyişməsinin bu yer-dəyişməyə sərf olunan zamana nisbətinə bərabər olan fi-ziki kəmiyyətdir.

$\upsilon = \frac{s}{t}$, sürətin vahidi $\frac{m}{san}$ - dir.

$s = \upsilon \cdot t$, yerdəyişmənin vahidi m - dir.

$t = \frac{\upsilon}{t}$, zamanın vahidi san - dır.

Məsələ. İki məntəqə arasındakı məsafəni velosipedçi $18\frac{km}{saat}$sürətlə getdi və $15\frac{km}{saat}$sürətlə geri qayıtdı. O geri qayıdanda getdiyindən 20 dəqiqə çox vaxt sərf etdi. Mən-təqələr arasındakı məsafəni tapın.

Həlli: Məsələnin xəritəsini tərtib edirik. Məntəqələri A və B ilə işarə edirik.

A məntəqəsi (getdi) B məntəqəsi(qayıtdı)

$\upsilon = 18\frac{km}{saat}$ $\upsilon = 15\frac{\text{km}}{\text{saat}}$

$t = x\,saat$ $t = x + 20\,dəq = x + \frac{1}{3}saat$

Gedilən və qayıdılan yollar bərabər olduğundan, $s = \upsilon \cdot t$ düsturuna görə aşağıdakı tənliyi yaza bilərik.

$$18x = 15\left(x + \frac{1}{3}\right)$$

$$18x - 15x = 5$$

$$3x = 5$$

$$x = \frac{5}{3}$$

$$s = v \cdot t = 18\frac{km}{saat} \cdot \frac{5}{3}\,saat = 30\,km$$

Məsələ. Teploxod iki körpü arasındakı məsafəni çayın axını ilə $4\,saata$, çayın axınına qarşı $5\,saata$ getmişdir. Çayın axma sürəti $2\frac{km}{saat}$ olarsa, bu korpülər arasndakı məsafəni tapın.

Müəllimin şərhi. Teploxod axın ilə hərəkət etdikdə axma sürəti teploxodun sürətinə əlavə olunur, teploxod çayın axınına qarşı hərəkət etdikdə sürəti azalır. Axın sürəti teploxodun sürətindən çıxılır.

Həlli:

Ikörpü $80km$ II körpü

$t = 4\,saat$ $t = 5\,saat$

$v = x + 2$ $v = x - 2$

Körpülər arasında məsafə dəyişməz qaldığından $s = v \cdot t$ düsturundan aşağıdakı tənliyi yazar və tənlik-dən məchul kəmiyyəti – x, yəni teploxodun sürətini tap-maqla körpülər arasındakı məsafəni hesablaya bilərik.

$$4 \cdot (x + 2) = 5 \cdot (x - 2)$$

$$4x + 8 = 5x - 10$$

$x = 18$ (teploxodun sürəti)

$$s = v \cdot t = 4 \cdot (x + 2) = 4 \cdot (18 + 2) = 80\,km$$

(körpülər arasındakı məsafə).

Məsələlərin həllini şagirdlərlə birlikdə araşdırırıq. Şagirdlər yeni bilikləri hazır şəkildə deyil, təfəkkürü inkişaf etdirməklə əldə edirlər. Belə məsələlərin həlli zamanı söz-lərlə yazılan planı məsələnin şərtinə uyğun tərtib edilmiş xəritə əvəz edir. Riyazi model daha anlaşıqlı, vaxt baxı-mından qənaətli olur.

Dərsin ikinci hissəsində şagirdlər qrupların işçi vərəq-lərində tərtib olunmuş misalları həll edib onu təqdimatını edirlər.

İşçi vərəqlərindən birinin nümunəsi:

Qpup 1.

1) Bir neçə tənlik yazın.

2) Məsələ tərtib edin.

3) $\frac{5}{6}$ hissəsi 30 olan ədədi tapın.

4) Vektorial kəmiyyətlər hansılardı.

5) Ramil $145\ km$ yolun bir hissəsini $15\ \frac{km}{saat}$ sürətlə velosipedlə, qalan yolu isə $50\ \frac{km}{saat}$ sürətlə avtobusla gedərək, bütün yola $5\ saat$ vaxt sərf etdi. O, avtobusla neçə saat yol getdi?

Konstruktiv təlim texnologiyasının tətbiqi ilə qurulan dərsdə şagirdlər tənlik və məsələ haqqında olan biliklərini dərinləşdirdilər. Fizika tipli məsələlərin həllinə yaradıcı yanaşmaqla yeni biliklər əldə etdilər.

İki fənn arasında uğurlu keçiddən bəhrələnərək dərsdə interaktiv pedaqoji texnologiyaları tətbiq etməklə tədris proqramındakı materialı mənimsətməyə çalışdım. Fikrim-cə, məqsədimə nail oldum.

§ 4. Bərabərsizlik

4.1. Bərabərsizlik

Ölçülən kəmiyyətlərin müqayisəsi zamanı onların bəra-bər olmasından çox böyük və ya kiçik olması əhəmiyyətli olur. Qərbi Avropa riyaziyyatçıları (XV-XVIəsrlərdə) öz əsərləində bərabər, böyük və kiçik sözlərindən istifadə et-mişlər. Böyük və kiçik işarəsi $(>, <)$ indiki şəkildə 1861-ci ildən işlədilməyə başlamışdır.

Tərif. Bir-biri ilə böyük $(>)$ və ya kiçik $(<)$ işarəsi ilə bağlı olan iki ədədə və ya iki cəbri ifadəyə bərabərsizlik deyilir.

Tərif. Verilmiş a və b ədədləri üçün $a > b$ bərabərsizli-yi yalnız və yalnız $a - b$ fərqi müsbət olduqda doğrudur.

$$a - b > 0$$

$$a > b$$

Buradan aşağıdakılar alınır:

1) Hər bir mənfi ədəd sıfırdan kiçikdir;

2) Hər bir müsbət ədəd sıfırdan böyükdür;

3) İstənilən müsbət ədəd istənilən mənfi ədəddən bö-yükdür.

Bərabərsizliklərin bir çox xassələri var.

1) $a > b$ olarsa, $b < a$ olar.

2) $a > b$, $b > c$ olarsa, $a > c$ olar.

3) $a > b$ olarsa, istənilən c ədədi üçün

$a + c > b + c$ və $a - c > b - c$ olar.

4) $a > b$ və $c \neq 0$ istənilən ədəddirsə,

a) $c > 0$ olduqda, $ac > bc$,

b) $c < 0$ olduqda, $ac < bc$ olur.

5) $a > b, c > d$ isə $a + c > b + d$ olar.

6) $a > b$ və $c < d$ isə $a - c > b - d$ olar.

7) $a > b, c > d$ və $b > 0, d > 0$ isə $ac > bd$ olar.

8) $a > b, b > 0$ isə istənilən $\alpha > 0$ ədədi üçün $a^{\alpha} > b^{\alpha}$.

9) $a > b$ bərabərsizliyində a və b eyni işarəli isə $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$,

müxtəlif işarəli olduqda $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ olur.

10) $b > c$ isə $0 < a < 1$ olduqda $a^b < a^c$, $a > 1$ olduq-da

$a^b > a^c$.

Xassənin doğruluğu $y = a^x$ $(a > 0,\ a \neq 1)$ funksiyası-

nın monotonluq xassəsindindən alınır. Məlumdur ki,
$0 < a < 1$ olduqda $y = a^x$ funksiyası azalan, $a > 1$ olduq-da

artan funksiyadır.

11) $b > c$ $(c > 0)$ bərabərsizliyini a əsasından

$(a > 0, a \neq 0)$ loqarifmləmək olar. Bu zaman

$0 < a < 1$ isə, $\log_a b < \log_a c$ bərabərsizliyi, $a > 1$ isə

$\log_a b > \log_a c$ bərabərsizliyi alınır.

Bərabərsizlikləri həll edərkən aralıqların yazılışını bil-mək vacibdir. Burada aşağıdakı hallar ola bilər.

1) $t > a \rightarrow t \in (a, \infty)$ (a verilmiş hər hansı ədəd, t dəyişən kəmiyyətdir)

2) $t < a \rightarrow t \in (-\infty, a)$

3) $t \geq a \rightarrow t \in [a, \infty)$

4) $t \leq a \rightarrow t \in (-\infty, a]$

5) $a < x < b \rightarrow x \in (a, b)$ (burada a və b verilmiş ədədlər, x isə $a < x < b$ şərtini ödəyən ədədlər çoxluğu-dur).

6) $a \leq x \leq b \rightarrow x \in [a, b]$

7) $a \leq x < b \rightarrow x \in [a, b)$

8) $a < x \leq b \rightarrow x \in (a, b]$

Tərif. $ax + b > 0$, $ax + b < 0$, $ax + b \geq 0$, $ax + b \leq 0$ şəklində olan bərabərsizliklərə birdəyişənli xətti bərabərsizliklər deyilir.

Bərabərsizliklərdə x–dəyişən, a-dəyişənin əmsalı, b–

sərbəst həddadlanır.

Bərabərsizliyi həll etmək onun həllər çoxluğunu tap-maq deməkdir.

$ax + b > 0$ bərabərsizliyini həll edək.

$$ax + b > 0 \to ax > -b \to x > -\frac{b}{a}$$

Burada iki hal olur.

I hal: $a > 0$

$$ax > -b \to x > -\frac{b}{a} \to x \in (-\frac{b}{a}, +\infty)$$

II hal: $a < 0$

$$ax > -b \to x < -\frac{b}{a} \to x \in (-\infty, -\frac{b}{a})$$

$ax^2 + bx + c > 0$ və ya $ax^2 + bx + c < 0$ şəklində olan ikidərəcəli (dərəcə ikidən yüksək də ola bilər) birdəyişənli bərabərsizliklər isə intervallar üsulu ilə həll olunur.

Bu üsulla "Funksiyanın təyin oblastı və qiymətlər çoxluğunun tapılması – x sinif" mövzusunda izahlı çalış-ma həlli və bərabərsizliklərin həllinə aid olan "Üstlü bərabərsizliklərin həlli – X sinif" mövzusunda qeyd verilmişdir.

4.2. Üstlü bərabərsizliklərin həlli – X sinif

Üstlü bərabərsizlikləri həll edərkən bərabərsizliklərin həll qaydalarını və üstlü funksiyanın xassələrini bilmək la-zımdır. Hər iki sahədən mövzunun tədrisinə qədər şagird-lərin müəyyən qədər biliklərinin olmasına baxmayaraq həll zamanı mövzunu mümkün qədər genişləndirməliyik. Bərabərsizlik anlayışının izahından riyazi bərabərsizliyə, qüvvət anlayışından üslü funksiyaya və xassələrinə keç-məklə bərabərsizlikləri həll etmək, loqarifmanın izahını vermək olar.

Dərsi aşağıdakı formada planlaşdırdım.

Sual. Həyatda hansı bərabərsizlik var?

Cavab:

1) İqtisadi bərabərsizlik

2) Sosial bərabərsizlik

3) Kənd və şəhər arasında bərabərsizlik – təhsilin təş-kilinə görə

4) Gender bərabərsizliyi – bərabərliyi

Bu cavablardan biri ətrafında müzakirə aparıb bərabər-sizliyi dəqiqləşdirmək və müqayisə olunan tərəflərin riyazi ifadəsini yazmaq olar.

Məsələn. Gender bərabərsizliyi – burada çox vaxt bə-rabərlik olduğu deyilir.

x - lə qadın və kişinin imkanlarını işarə edirik – gender bərabərliyi kimi baxırıq. İmkanları müəyyən kateqoriyala-ra bölürük. 5 ballıq sistemlə qiymətləndiririk.

	Kişi		Qadın
Bərabərlik olsa	x	=	x
Azadlıq	$3x$	>	$2x$
Təhsil	$3x$	>	$2x$

Məsuliyyət $2x < 3x$

Kateqoriyalardan ədədi orta çıxartsaq

$(x + 3x + 3x + 2x): 4$ *və* $(x + 2x + 2x + 3x): 4$

$$2{,}25x > 2x$$

Gender bərabərliyində - bərabərsizliyində kişi böyük oldu.

Sual. Riyazi bərabərsizliklər haqqında nə deyə bilərsi-niz?

Cavab:

1) **Bərabərsizlik** - böyük (>) və ya kiçik (<) işarəsi ilə bağlanan iki ədədi və ya hərfi ifadədir.

2) **Bərabərsizliyin həlli** - dəyişənin bərabərsizliyi doğ-ru edən qiymətidir.

3) Xətti bərabərsizliklərin həllər çoxluğu sadə çevimə-lərlə tapılır.

4) Dərəcəsi yüksək olan bərabərsizliklər intervallar me-todu ilə həll olunur.

Qeyd. Dəyişəninin dərəcəsi iki və yüksək olan bəra-bərsizliklərin həllər çoxluğu intervallar metodu ilə müəy-yənləşir. Asan anlaşılması üçün bərabərsizliyə tənlik kimi baxıb kökləri (yəni funksiyanın sıfırlarını) tapmaq və onla-rı ədəd oxu üzərində qeyd edib ədəd oxunu intervallara ayırmaq lazımdır. İstənilən aralıqdan bir qiymət götürüb tənlikdə-bərabərsizlikdə yerinə yazmaqla işarəni müəy-yənləşdiririk. Qalan intervallarda işarə növbələşir. Bəra-bərsizliyin işarəsinə uyğun aralıq və aralıqların birləşməsı bərabərsizliyin həll çoxluğu olur.

Bərabərsizliyin geniş tətbiq sahəsi var. Yuxarıdakı ümumi qaydalar saxlanmaqla hər sahənin özünə uyğun həll qaydaları var. Üstlü bərabərsizliklər də üstlü funksiya-nın xassələrini nəzərə almaqla həll edilir.

Tərif. Qüvvət üstündə məchulu olan bərabərsizləyə üstlü bərabərsizlik deyilir.

Məsələn: $a^x > b$

Lakin bərabərsizliklərin həll qaydalarını araşdırmazdan əvvəl üstlü funksiya və onun xassələri təkrarlamaq lazım-dır. Çünki, üstlü bərabərsizliklərin həlli üstlü funksiyaların monotonluq xassələrinə əsaslanır.

Şagirdlərdən üstlü funksiyna haqqında nə bildiklərini şoruşuram. Cavabları siniflə birlikdə müzakirə edərək araşdırırıq.

Sual. Üstlü funksiyanı necə başa düşürsünüz?

Cavab:

$f(x) = a^x \ (a > 0, a \neq 1)$şəklində olan funksiyaya üstlü funksiya deyilir.

Üstlü funksiyanın aşağıdakı xassələri var.

1) Üstlü funksiyanın təyin oblastı bütün həqiqi ədədlər çoxluğudur.

$D(f) = R$

2) Üstlü funksiyanın qiymətlər çoxluğu müsbət həqiqi ədədlər çoxluğudur.

$E(f) = (0, +\infty)$

3) $x = 0$ olduqda $y = a^0 = 1$ olur, yəni funksiyanın qrafiki ordinat oxunu (0,1) nöqtəsində kəsir.

4) $a > 1$ olarsa, x – in müsbət qiymətlərində $a^x > 1$, mənfi qiymətlərində isə $0 < a^x < 1$ olur.

5) Əsas vahiddən böyük olduqda üstlü funksiya artan olur.

6) $0 < a < 1$ olarsa, $x > 0$ olduqda $a^x < 1$; $x < 0$ olduqda $a^x > 1$ olar.

7) $0 < a < 1$ olduqda üstlü funksiya azalandır.

8) $a < b$ olarsa, $x > 0$ olduqda $a^x < b^x$; $x < 0$ olduqda $a^x > b^x$; $x = 0$ olduqda isə $a^x = b^x$ olar.

9) İstənilən x, y ədədləri üçün

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}, \qquad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}, \qquad (a^x)^y = a^{xy}$$

bərabərlikləri və istənilən x üçün

$$(ab)^x = a^x \cdot b^x, \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} (b > 0)$$

doğrudur.

Üstlü funksiyanın xassələrinin izahı zamanı üstlü bərabərsizliklər haqqında təsəvvür yaranır. Üstlü bərabərsizliklərin həll qaydasını verib müxtəlif tip çalışmaların həlli-nə baxırıq.

Müxtəlif tip üstlü bərabərsizlikləri həll edərkən onları sadələşdirib $a^x > a^b$ və ya $a^x < a^b$ bərabərsizliklərinin həllinə gətirirlər. Bu bərabərsizliklər üstlü funksiyanın monotonluq (artıb azalan olması) xassəsinə əsasən həll edilir.

1) $a > 1$ olduqda, $a^x > a^b \to x > b$; $a^x < a^b \to x < b$,

2) $0 < a < 1$ olduqda,

$a^x > a^b \to x < b$; $a^x < a^b \to x > b$ olur.

Misal. $0{,}2^x \leq \frac{1}{25}$

Həlli:

$0{,}2^x \leq \frac{1}{25}$

$\left(\frac{1}{5}\right)^x \leq \left(\frac{1}{5}\right)^2$

$x \geq 2$

$x \in [2, +\infty)$

Misal. $3^{4x+3} \leq \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{x^2}{2}}$

Həlli:

$3^{4x+3} \leq \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{x^2}{2}}$

$4x + 3 \leq -x^2$

$x^2 + 4x + 3 \leq 0$

Bərabərsizliyi intervallar metodu ilə həll edərək $x \in [-3, -1]$ alırıq.

Misal. $4^x + 4^{x-1} > 20$

Həlli:

$4^x + 4^{x-1} > 20$

$4^x \left(1 + \frac{1}{4}\right) > 20$

$4^x \cdot \frac{5}{4} > 20$

$4^x > 4^2$

$x > 2$

$x \in (2, +\infty)$

Misal. $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 < 0$

Həlli:

$9^x - 4 \cdot 3^x + 3 < 0$ ($3^x = t$ əvəzləməsi aparaq)

$t^2 - 4t + 3 < 0$

Bərabərsizliyi intervallar metodu ilə həll edərək $t \in (1,3)$ alırıq.

$3^x = t$ əvəzləməsini nəzərə alaq.

$1 < t < 3$

$3^0 < 3^x < 3$

$0 < x < 1$

$x \epsilon (0,1)$

Misal. $5^x > 7$ bərabərsizliyini həll edək.

Həlli. $5^x > 7$ bərabərsizliyinin hər iki tərəfini 5 əsasına görə loqarifmləyək.

$log_5 5^x > log_5 7$

$$x > log_5 7$$

$$x \in (log_5 7, +\infty)$$

§ 5. Törəmə

5.1. Törəmə

Törəmə anlayışı əyriyə toxunanın çəkilməsi və hərəkə-tin dəyişmə sürətinin təyini məsələlərinin həlli sayəsində yaranmışdır. Əsasən, XVII əsrdə formalaşmışdır. Onu da-ha çox inkişaf etdirən alman riyaziyyatçısı və filosofu Q.Leybnis (1646-1716) və ingilis riyaziyyatçısı İ.Nyuton (1643-1727) olmuşdur.

Törəmənin izahı üçün funksiyanın limiti, funksiyanın kəsilməzliyi, arqument artımı və funksiya artımı anlayışla-rı aydınlaşdırılmalıdır.

Fərz edək ki, $f(x)$ funksiyası $a \in (\alpha, \beta)$ nöqtəsinin hər hansı ətrafında ((α, β) aralığına a -nın ətrafı deyilir və funksiya a nöqtəsində təyin olunmaya da bilər) təyin olun-muşdur. Əgər arqumentin bu ətrafa daxil olan qiymətlərindən a-ya yığılan istənilən $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots (x_n \neq a, n \in N)$ ardıcıllığı üçün funksi-yanın uyğun qiymətlərindən düzəldilmiş $f(x_1), f(x_2), f(x_3), \dots, f(x_n)$, ... ardıcıllığı A-ya yığılırsa, A ədədinə $y = f(x)$ funksiyasının a nöqtəsində **limiti** de-yilir və $\lim\limits_{\Delta x \to 0} f(x) = A$ kimi işarə olunur.

Tutaq ki, $y = f(x)$ funksiyası (a, b) aralığında təyin olunmuşdur və $x_0 \epsilon (a, b)$. Əgər

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$$

olarsa, bu funksiyaya $x = x_0$ **nöqtəsində kəsilməz** funksiya deyilir.

(a, b) aralığının bütün nöqtələrində kəsilməz olan funksiyaya bu aralıqda **kəsilməz** funksiya deyilir.

x_0 və x arqument (x nöqtəsi qeyd olunmuş x_0 nöqtə-sinin hər hansı ətrafından götürülmüş nöqtədir), $f(x_0)$ və $f(x)$ onlara uyğun funksiya qiymətləri isə
$\Delta x = x - x_0$ $(x = \Delta x + x_0)$ fərqi arqument artımı,

$\Delta f = f(x) - f(x_0)$ isə funksiya artımı adlanır.

Tərif. Funksiya artımının $(\Delta f = f(x) - f(x_0))$ arqument artımına $(\Delta x = x - x_0)$ nisbətinin arqument artımı şıfra yaxınlaşdıqda (yəni, $\Delta x \to 0$ olduqda) həqiqi, müəy-yən, sonlu limitı varsa, bu limitə funksiyanın x_0 nöqtəsin-də törəməsi deyilir.

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = f'(x_0)$$

Nöqtədə törəməsi olan funksiyaya həmin nöqtədə diferensiallanan **funksiya** deyilir.

Törəmə qaydaları

$u = u(x), v(x)$ və $c = const$ olarsa,

$(cu)' = cu'$ $\qquad$ $(u \pm v)' = u' \pm v'$

$(uv)' = u'v + uv'$ $\qquad$ $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

Törəmə cədvəli

$(c)' = 0$ $(c$ *sabitdir*$)$	$(a^x)' = a^x lna$
$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$ $(\alpha$- *həqiqi ədəddir)*	$(lnx)' = \frac{1}{x}$
$(sinx)' = cosx$	$(\log_a x)' = \frac{1}{xlna}$
$(cosx)' = -sinx$	$(arcsinx)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$(tgx)' = \frac{1}{cos^2 x}$	$(arccosx)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$(ctgx)' = -\frac{1}{sin^2 x}$	$(arctgx)' = \frac{1}{1+x^2}$
$(e^x)' = e^x$	$(arcctgx)' = -\frac{1}{1+x^2}$

5.2. Mürəkkəb funksiyanın və tərs funksiyanın törəməsi - XI sinif

Mövzunun tədrisi zamanı törəmə anlayışının izahın-dan və qüvvət funksiyasından istifadə edərək silsilə funk-siyalar yaradır və onların törəmələrini tapırıq. Mürəkkəb funksiyanı qüvvət şəklində göstərərək mürəkkəb funksi-yanın törəməsi düsturunu açıqlayır, üstlü və loqarifmik funksiyaların qarşılıqlı tərs funksiyalar olduğunu göstərə-rək üstlü funksiyanın törəməsi düstirundan loqarifmik funksiyanın törəməsi düsturunu alırıq.

Dərsə **törəmənin necə başa düşüldüyünü** soruş-maqla başlayıram.

Cavab:

1) Törəmə yeninin yaranmasıdır.
2) Canlıların artımıdır.
3) Böyümədir.
4) Nəsillərin dəyişməsidir.

Cavablardan alınır ki, törəmə varlıqların zamana görə dəyişməsidir. Bu isə sürətdir. Burada sürət funksiya, dəyi-şən varlıq isə arqumentdir.

Tapşırıq:

Riyazi baxımdan törəməni izah edin.

Cavab:

1) Törəmə sürətdir - yolun zamana görə birinci tərtib törəməsi sürətdir.

2) Törəmə təcildi - yolun zamana görə ikinci tərtib törəməsi təcildir.

3) Törəmə arqument artımı sıfra yaxınlaşdıqda funksi-ya artımının arqument artımına olan nisbətinin limitinə bə-rabərdir.

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = f'(x_0)$$

4) Törəmə iş, təzyiq, enerji və sairədir.

Cavablardan biri ətrafında sabitin törəməsinin sıfır olduğunu aydınlaşdırırıq. Belə ki, yolun zamana görə birinci tərtib törəməsi sürətdir. Yol və ya zaman dəyişmirsə sürət yoxdu. Yəni, sürəti həyat qəbul etsək o məkansız-yolsuz və zamansız mövcud deyil – nisbilik nəzəriyyəsi. Sabit dəyişməzlik olduğundan törəməsi sıfır olur.

Dəyişənin törəməsi vahiddir ($x' = 1$).

$x' = 1$- in riyazi izahı $(x^1)' = 1x^\circ = 1, (x^\circ = 1)$

$y = x^n \, (n \in Z)$ n - ə qiymətlər verməklə müxtəlif funksiyalar almaq və x' = 1 – in riyazi izahından istifadə edib onların törəmələrini tapmaq olar.

$$y = x^{-1} \rightarrow (x^{-1})' = -1x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$$

$$y = x^\circ \rightarrow (x^\circ)' = o \cdot x^{0-1} = 0$$

$$y = x^2 \rightarrow (x^2)' = 2x^1 = 2x$$

$$y = x^{\frac{1}{2}} \rightarrow \left(x^{\frac{1}{2}}\right)' = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$y = x^n$ - i $h(x) = f(x)^{g(x)}$ şəklində yazmaqla mürəkkəb funksiya alırıq.

Sual. $h(x) = f(x)^{g(x)}$ funksiyası haqqında nə deyə bilərsiniz?

Cavab:

1) Mürəkkəb funksiyadır. Çünki, $h(x)$ – in asılı olduğu $f(x)$ dəyişəni $g(x)$ – dən asılıdır.

2) Qüvvət şəklində verilmiş mürəkkəb funksiyadır. Funksiya qüvvət altındakı arqumetdən, arqument isə qüvvətdən asılıdır.

3) $h(x)$ funksiyası $f(x)$ və $g(x)$ funksiyaların kompozisiyasından ibarətdir. Mürəkkəb funksiyanın $y = f(g(t))$ düsturu ilə eynigüclüdür ($y = f(g(t))$ kompazisiyasına t – nin mürəkkəb funksiyası deyilir).

$h(x) = f(x)^{g(x)}$ düsturunda $g(x) = n$ olduğunu nəzə-rə alıb aşağıdakı nəticəni alırıq.

$$h(x) = f(x)^{n}$$

$$h'(x) = (f(x)^{n})' = n\,f(x)^{n-1}\,f'(x)$$

$$h'(x) = n\,f(x)^{n-1}\,f'(x)$$

Onda düstur aşağıdakı kimi olur.

$$h'(x) = \left(f(x)^{g(x)}\right)' \cdot f'(x)$$

Mürəkkəb funksiya ümumi şəkildə $y = f(g(t))$ şəklin-də göstərildiyindən $y' = f'(g(t)) \cdot g'(t)$ olur.

Qeyd: Mürəkkəb funksiya ilə çoxdəyişənli funksiyanı eyniləşdirmək olmaz. Mürəkkəb funksiyada bir sərbəst

dəyişən bir neçə münasibəti ifadə edərək bir funksiyadan asılı olur. Yəni, burada mahiyyət etibarı ilə iki dəyişən arasındakı asılılığa baxılır. Çoxdəyişənli funksiyada isə üç və daha çox dəyişənlər arasındakı asılılığa baxılır.

Məsələn: $v = \frac{s}{t}, A = Fs, S = ab, \ldots$

Mürəkkəb funksiyanı izah etmək məqsədilə ailələrin yaşamasını hesablayan düstur tərtib etdim.

$$y = x + \sqrt{x} + z$$

Modeldə x - arqumenti ilə tərəflər arasındakı münasibətləri, y -funksiyası ilə ailəni işarə etdim. Yəni, ailələr münasibətlərin funksiyasıdır. Münasibətlərin olmadığı halda $(x = 0)$ funksiya təyin olunur, mənfi olduğu halda $(x = -1, -2, \ldots)$ təyin olunmur. z isə ailəyə kənar təsirləri göstərir. $\sqrt{x} < |z| < x$ aralığında təyin olunduqda funksiya müsbət qiymətlər alır. Yəni ailə yaşayır. Şərtlər pozulduqda ailələr qurulmur, yaxud dağılır.

$y = x^n \ (n \in Z)$ funksiyasında

$x = a \ (a > 0, a \neq 1), \ n = x$ qəbul etsək $y = a^x$ şəklində üstlü funksiya alarıq.

$y = a^x \rightarrow (a^x)' = a^x \ln a$ (Üstlü və triqonometrik funksiyaların törəmələrinin tapılması qaydası sonrakı dərslərdə birinci və ikinci görkəmli limitlərlə isbat olunur).

Sual:

Üstlü funksiyanın tərs funksiyası haqqında nə deyə bilərsiniz?

Cavab:

1) Üstlü funksiyanın tərs funksiyası loqarifmik funksiyadır.

2) $y = a^x \rightarrow D(f) = R, E(f) = (0, \infty)$

3) $y = a^x$ tərsi $\log_a y = x \rightarrow \log_a x = y$

4) Tərs funksiya verilmiş aralıqda təyin olunan funksiyanın təyin oblastı ilə qiymətlər çoxluğunun yerinin dəyişməsindən alındığından loqarifmik funksiya üçün

$$D(f) = (0, \infty), E(f) = R$$

olur.

Şərh: Üstlü funksiyanın tərsi loqarifmik funksiya olduğundan loqarifmanın törəməsi üstlü funksiyanın törəməsi-nin tərsidir.

$y = \log_a x$ və $x = a^y (x \in 0, +\infty)$ funksiyalarının qarşılıqlı tərs olduğuna görə

$$(\log_a x)' = \frac{1}{(a^y)'} = \frac{1}{a^y \ln a} = \frac{1}{x \ln a}, x \in (0, +\infty)$$

olur.

Xüsusi halda $a = e$ olarsa $y = \ln x$ funksiyasının törə-məsi üçün aşağıdakı düstur alınır.

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

Misal. Mürəkkəb funksiyaların törəmələrini tapın.

1) $y = (2 - x)^3$

2) $f(x) = \frac{3}{(3-2x)^2}$

3)

4) $f(x) = 5^{2+x}$

5) $y = \log_{o,2}(x^2 + x + 3)$

Həlli:

1) $y = (2 - x)^3$

$$y' = \left((2 - x)^3\right)' = 3(2 - x)^2(2 - x)' =$$

$$= 3(2 - x)^2(0 - 1) = -3(2 - x)^2$$

2) $f(x) = \frac{3}{(3-2x)^2}$

$$f'(x) = \left(\frac{3}{(3-2x)^2}\right)' = (3(3 - 2x)^{-2})' =$$

$$= -6(3 - 2x)^{-3}(3 - 2x)' = 12(3 - 2x)^{-3} = \frac{12}{(3-2x)^{-3}}$$

3) $f(x) = \sqrt{x^2 + 5}$

$$f'(x) = \left(\sqrt{x^2 + 5}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x^2+5}}(x^2 + 5)' = 2x\frac{1}{2\sqrt{x^2+5}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+5}}$$

4) $f(x) = 5^{2+x}$

$$f'(x) = (5^{2+x})' = 5^{2+x}\, ln5 \cdot (2 + x)' = 5^{2+x} ln5$$

5) $y = \log_{o,2}(x^2 + x + 3)$

$$y' = \left(\log_{o,2}(x^2 + x + 3)\right)' = \frac{1}{(x^2+x+3)ln0,2}(x^2 + x + 3)' =$$

$$= \frac{2x + 1}{(x^2 + x + 3)ln0,2}$$

Misal. $f(x) = \sqrt{2x - 1}$funksiyasının tərs funksiyanın törəməsini tapın.

Həlli:

$$f(x) = (\sqrt{2x - 1})' = \frac{1}{2\sqrt{2x-1}}(2x - 1)' =$$

$$\frac{1}{2\sqrt{2x-1}}2 = \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$$

$$g'(x) = \frac{1}{f'(x)} = \sqrt{2x - 1}$$

Sonrakı dərslərdə bu mövzuya yenidən baxılır. Müxtəlif funksiyaların mürəkkəb və tərs funksiyalarının töəmələri tapılır.

§ 6. İnteqral

6.1. İnteqral

Diferensiallama əməlində $F(x)$ verilir. Onun törəməsini, yəni $f(x) = F'(x)$ şərtini ödəyən $f(x)$ funksiyasını tap-maq tələb olunur. İnteqrallama əməlində $f(x)$ funksiyası verilir, törəməsi bu funksiya olan, yəni $F'(x) = f(x)$ şərtini ödəyən $F(x)$ funksiyasını tapmaq tələb olunur. Deməli, inteqrallama əməli diferensiallama əməlinin tərs əməlidir.

Tərif. Verilmiş aralıqdan götürülən bütün x-lər üçün $F'(x) = f(x)$ olarsa, onda $F(x)$ funksiyasına $f(x)$ funksiyasının ibtidai funksiyası deyilir (aralıq dedikdə, parça, interval, yarıminterval və s. başa düşülür).

$F(x) + C$ ibtidai funksiyanın ümumi ifadəsidir. Yəni, funksiyanın heç olmazsa bir ibtidai funksiyası varsa, onda onun sonsuz sayda ibtidai funksiyası var.

Tərif. Verilmiş $f(x)$ funksiyasının bütün ibtidai funksiyalarının ümumi ifadəsinə onun qeyri-müəyyən inteqralı deyilir və

$$\int f(x)dx$$

kimi işarə edilir (“inteqral ef iks de iks” kimi oxunur).

Diferensiallama və inteqrallama əməli qarşılıqlı tərs əməllər olduğundan inteqral cədvəli törəmə cədvəlindən alınır.

İbtidai funksiya və qeyri-müəyyən inteqral cədvəli

$\int kdx = kx + C$ (k və C sabitlərdi)	$\int a^x dx = \frac{a^x}{lna} + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C(\alpha \neq 1)$	$\int \frac{1}{x} dx = ln\|x\| + C$
$\int sinxdx = -cosx + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} ln\|\frac{x-a}{x+a}\|$
$\int cosxdx = sinx + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = arcsinx + C$
$\int \frac{dx}{cos^2 x} = tgx + C$	$\int \frac{dx}{1+x^2} = arctgx + C$
$\int \frac{dx}{sin^2 x} = -ctgx + C$	$\int tgxdx = -ln\|cosx\| + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int ctgxdx = ln\|sinx\| + C$

İbtidai funksiyanın müəyyənləşməsi, qeyri-müəyyən inteqralın tapılması, müəyyən inteqralın hesablaması ma-hiyyət etibarı ilə oxşardırlar. Lakin, parçada verilmiş funk-siyanın

müəyyən inteqralını hesablamaq üçün onun ixti-yari ibtidai funksiyasının parçada artımını hesablamaq la-zımdır.

İbtidai funksiya və inteqralın ortaq xassələrini konstruk-tiv təlimlə tədris etdiyim "Müəyyən inteqral. Nyuton-Leyb-nis düsturu. Müəyyən inteqralın xassələri - XI sinif" möv-zusunda araşdırmışıq.

6.2. Müəyyən inteqral. Nyuton-Leybnis düsturu. Müəyyən inteqralın xassələri - XI sinif

Mövzunun tədrisi zamanı inteqral anlayışının izahına nəzər salmaq və qeyri-müəyyən inteqrala aid bilikləri əyri-xətli trapesiyanın sahəsininə aid biliklərlə birləşdirmək məqsədəuyğundur.

İnteqralın ayrı-ayrı hissələri birləşdirən tam olduğunu qeyd edib inteqral sxem və inteqral sxem topologiyası haqqında məlumat verirəm. Müasir kompyuterlərin inteq-ral sxemlər əsasında qurulduğunu, İnteqral sxem topolo-giyalarının hüquqi qorunması haqqında AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASININ QANUNUN varlığını qeyd edirəm. Belə ki, kompyuterin inteqral sxemi geniş funksiyaların ki-çik həcmdə yerləşməsi, qanundakı İnteqral sxem həyatın bütün sahələrinə aid qanunları birləşdirən bir sxem oldu-ğunu aydınlaşdırırıq. Mənanı açıqlanmaq üçün inteqral işarəsinin latın sözü olan "summa"nın baş hərifi olduğunu qeyd edirəm. Yəni, inteqrallama sözün mənasına uyğun olaraq cəmləmə funksiyasını yerinə yetirir. Sonra inteqra-lın riyazi mənasının araşdırılmasına keçirik.

Sual. İnteqral haqqında nə deyə bilərsiniz?

Cavab:

1) İbtidai funksiyanın tapılması inteqrallama deməkdir.

2) İBTİDAİ FUNKSİYA - verilmiş aralıqdan bütün x-lər üçün $F'(x) = f(x)$ münasibəti ödənilirsə, onda deyirlər ki, F funksiyası f funksiyasının ibtidai funksiyasıdır.

3) İNTEQRAL – işarəsi latınca "summa" sözünün baş hərfindən götürülmüşdür. Bu işarəni riyaziyyata Leybnisin tələbəsi İvan Bernulli daxil etmişdir.

4) İNTEQRALLAMA - verilmiş funksiyanın bütün ibtidai funksiyalarını tapmaq deməkdir.

İnteqrallamaya, törəməsi məlum olan funksiyanın axtarılması əməli kimi baxıb törəməyə görə inteqralın düstur-larını alır və inteqralları həll edirik (Alacağımız funksiya-nın törəməsi inteqralaltı funksiya bərabər olmalıdır. Çünki, inteqral və diferensial qarşılıqlı tərs əməllərdir).

1) **Qüvvət funksiyasının inteqralı**

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C\ (n \neq -1)$$

$$\left(\frac{x^{n+1}}{n+1}\right)' = \frac{1}{n+1}(x^{n+1})' = \frac{n+1}{n+1}x^n = x^n$$

2) Sabitin inteqralı.

$$\int kf(x)\,dx = k\int f(x)\,dx$$

$$(kF(x))' = kF'(x) = kf(x)$$

3) **Cəmin-fərqin ibtidai funksiyası – inteqralı**

$F(x)$ funksiyası $f(x)$ –in, $G(x)$ funksiyası isə $g(x)$ –in ibtidai funksiyasıdırsa, onda $F(x) + G(x)$ funksiyası da $f(x) + g(x)$ funksiyasının ibtidai funksiyasıdır.

Teoremin şərtinə görə $F'(x) = f(x)$ və $G'(x) = g(x)$

olduğunu nəzərə alıb, cəmin törəməsi haqqında teoremi tətbiq etsək

$$(F(x) + G(x))' = F'(x) + G'(x) = f(x) + g(x)$$

4) **Mürəkkəb funksiyanın ibtidai funksiyası**

$F(x)$ funksiyası $f(x)$ –in ibtidai funksiyasıdırsa, n, m istənilən sabitlər olduqda $\frac{1}{n}F(nx+m)$ funksiyası $f(nx+m)$ funksiyasının ibtidai funksiyasıdır.

$$\int f(nx+m)dx = \frac{1}{n}F(nx+m)$$

$F'(x) = f(x)$ olduğundan mürəkkəb funksiyanın diferensiallanması qaydasına görə

$$\left(\frac{1}{n}F(nx+m)\right)' = \frac{1}{n}\left(F(nx+m)\right)' =$$

$$= \frac{1}{n}F'(nx+m)(nx+m)' = \frac{1}{n}\cdot nf(nx+m) = f(nx+m)$$

Bu qaydanı bütün funksiyaların inteqralının isbatına və qaydalara tətbiq etmək olar.

Qeyri-müəyyən inteqralın düsturları müəyyən inteqral üçün doğrudur. Lakin, burada sahə tapılır. Bütün funksiyaların müstəvidə təsvir olunduqlarını qeyd edib, parçada verilmiş funksiyanın müstəvidə sahə tutduğunu göstəririk. Bu sahəni əyrixətli trapesiyanın sahəsini kiçik düzbucaq-lara bölərək hesablamaq mümkün olduğunu deyirəm (Əyrixətli trapesiya Ox oxudan ayrılmış $[a,b]$

parçasın-dan, $x = a,\ x = b$ düz xətlərindən və verilmiş funksiyanın qrafıkindən ibarətdir). Lakin bunun üçün əvvəlki dərsdə öyrəndiyimiz teorem daha əlverişlidir.

Teorem. $f(x)$ funksiyası $[a,b]$ – parçasında kəsilməz, mənfi olmayan funksiya olduqda $F'(x) = f(x)$ olarsa, ib-tidai funksiyanın artımı əyrixətli trapesiyanın sahəsinə bə-rabərdir ($F(x)$ ibtidai funksiyadır).

$$S = F(b) - F(a)$$

Nəticələri ümumiləşdirərək müəyyən inteqralın tərifini vermək və Nyuton-Leybnis düsturunun ifadəsini yazmaq olar.

Tərif. Verilmiş $[a,b]$ parçasında kəsilməz $f(x)$ funksi-yasının $F(x)$ ibtidai funksiyasının bu parçaya uyğun $F(b) - F(a)$ artımına $f(x)$ –in $[a,b]$ parçasında müəy-yən inteqralı deyilir və $\int_a^b f(x)dx$ kimi yazılır.

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Bərabərlik ***Nyuton-Leybnis*** düsturudur.

Müəyyən inteqralların həlli zamanı qeyri-müəyyən in-teqralın və müəyyən inteqralın xassələrindən, ümumi qaydalardan (hissə-hissə inteqrallama və dəyişənin əvəz edilməsi üsulu da daxil olmaqla) istifadə edilir.

Xassələr

1) $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b f(t)\,dt = \int_a^b f(z)\,dz$

2) $\int_a^a f(x)\,\mathrm{dx} = 0$

3) $\int_a^b f(x)\,dx = -\int_b^a f(x)\,dx$

4) İstənilən a, b $və$ c $(a \leq c \leq b)$ üçün

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$$

5) İstənilən A $(A \neq 0)$ ədədi üçün

$$\int_a^b Af(x)\,dx = A\int_a^b f(x)\,dx$$

6) $\int_a^b (f(x) + g(x))\,dx = \int_a^b f(x)\,dx + \int_a^b g(x)\,dx$

7) $f(x)$ tək funksiya olduqda

$$\int_{-a}^a f(x)\,dx = 0$$

8) $f(x)$cüt funksiya olduqda

$$\int_{-a}^{a} f(x)\ dx\ =\ 2\int_{0}^{a} f(x)\ dx$$

İndi hasilin və nisbətin inteqralını hesablamaq üçün is-tifadə olunan dəyişənin əvəz edilməsi və hissə-hissə in-teqrallama düsturlarına baxaq.

9) Dəyişənin əvəz edilməsi

$f(x)$ funksiyası $[a,b]$ parçasında təyin olunmuş kəsil-məz funksiyadır və $\int_a^b f(x)\,dx$ inteqralı verilir. İnteqralaltı funksiya mürəkkəb $-f\big(\varphi(t)\big)$ yaxud bir neçə funksiyanın hasilindən (nisbətindən) ibarət funksiya olarsa, $\int_a^b f(x)\,dx$ inteqralında $x=\varphi(t)$ əvəzləməsi aparsaq $dx=\varphi'(t)dt$ olur və inteqral

$$\int_a^b f(x)\,dx\ =\ \int_a^b f\big(\varphi(t)\big)\varphi'(t)\,dt\ =F(\varphi(x))$$

düsturu ilə hesablanır.

10) $[a,b]$ parçasında təyin olunmuş kəsilməz $u=u(x),$ $v=v(x)$ funksiyalarının

törəmələri $(u'(x), v'(x))$ də hə-min parçada kəsilməzdirsə,

$$\int_a^b udv = uv|_a^b - \int_a^b vdu$$

hissə-hissə inteqrallama düsturu doğrudur.

Misal. Müəyyən inteqralları hesablayaq.

1) $\int_0^1 x^2 dx$

2) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} sin\frac{x}{2}\ cos\frac{x}{2} dx$

3) $\int_0^{ln2} e^x dx$

4) $\int_1^2 \frac{2x^2+3x-2}{x} dx$

Həlli.

1) $\int_0^1 x^2\, dx = \frac{x^3}{3}|_0^1 = \frac{1^3}{3} - \frac{0^3}{3} = \frac{1}{3}$

2) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} sin\frac{x}{2}\ cos\frac{x}{2} dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2} sinx dx = \frac{1}{2}\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} sinx\, dx =$

$$= -cosx|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} = -(cos\frac{\pi}{4} - cos\frac{\pi}{6}) = -\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$$

3) $\int_0^{ln2} e^x dx = e^x|_0^{ln2} = e^{\ln 2} - e^0 = 2 - 1 = 1$

4) $\int_1^2 \frac{2x^2+3x}{x}dx = \int_1^2 (2x+3)dx =$

$= \int_1^2 2x\,dx + \int_1^2 3dx = x^2|_1^2 + 3x|_1^2 = 3+3 = 6$

Misal. Mürəkkəb funksiyaların müəyyən inteqrallarını hesablayaq.

1) $\int_1^4 (x-3)^2\,dx$

2) $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{6}{\cos^2 2x}dx$

Həlli.

1) $\int_1^4 (x-3)^2 dx = \frac{(x-3)^3}{3}|_1^4 = \frac{(4-3)^3}{3} - \frac{(1-3)^3}{3} = 3$

2) $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{6}{\cos^2 2x}dx = 6\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\cos^2 2x}dx = 6\cdot\frac{1}{2}tg2x =$

$= 6\cdot\frac{1}{2}\left(tg2\frac{\pi}{6} + +tg2\frac{\pi}{6}\right) = 3\left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\sqrt{3}$

Misal. Aşağıdakı inteqralları hesablayaq:

1) $\int_0^x \frac{dt}{t}$

2) $\int_{-x}^{x} e^t\,dt$

Həlli.

1) $\int_0^x \frac{dt}{t} = lnt|_0^x = lnx + C$

2) $\int_{-x}^{x} e^t dt = e^t|_{-x}^{x} + C = e^x - e^{-x} + C$

Misal. $\int_0^x (6t+2)dt \leq 1$ bərabərsizliyini həll edək.

Həlli.

$\int_0^x (6t+2)dt \leq 1$

$\int_0^x (6t+2)\,dt \leq 1$

$\int_0^x 6tdt + \int_0^x 2dt \leq 1$

$6\frac{t^2}{2}|_0^x + 2t|_0^x \leq 1$

$3x^2 + 2x \leq 1$

$3x^2 + 2x - 1 \leq 0$

$x_1 = -1, x_2 = \frac{1}{3}$

$x < 0$olduqda $\int_0^x (6t+2)dt \leq 1$ şəti ödənmir. Ona görə də, bəabərsizliyin həlli $(0, \frac{1}{3}]$ aralığı olur.

§ 7. Kompleks ədədlər

7.1. Kompleks ədədlər

Kompleks ədədlərin riyaziyyata daxil olması kvadrat və kub tənliklərin tənliklərin həlli ilə əlaqədardır. Kvadrat tənliklərin həlli zamanı diskriminant sıfırdan kiçik olduqda tənliyin kökü olmadığı qəbul edilmişdir (Yəni mənfi ədədlərin kvadrat kökü yoxdur-belə ədədlər var və onlar xəyali ədədlərdir).

Kub tənliklərinTartalli qaydası ilə həlli zamanı məlum oldu ki, bəzən xəyali ədədlər üzərində əməliyyat aparma-dan həqiqi kök almaq mümükün deyildir.

Tartalli qaydasına görə,

$$x^3 = px + q$$

tənliyinin kökü

$$x = \sqrt[3]{u} + \sqrt[3]{v}$$

düsturu ilə tapılır. Buradakı u, v aşağıdakı sistemin həl-ləridir.

$$\begin{cases} u + v = q \\ uv = \left(\frac{p}{3}\right)^3 \end{cases}$$

Mənfi ədədin kvadrat kökü italyan riyaziyyatçısı Karda-no (16-cı əsrin ortalarında) tərəfindən kub tənliklərin həlli zamanı tapılmışdır. Kardano bu ədədləri "sofistik", yəni "anlaşılmaz" ədədlər adlandırmışdır. XVII əsrin 30-cu illə-rində Dekart indiyə kimi işlədilən "xəyali ədəd" adını tətbiq edir. Xəyali ədədlərin əksinə olaraq əvvəllər məlum olan ədədləri (musbət və mənfi, həmçinin irrasional) həqiqi ədədlər adlandırırlar.

Həqiqi və xəyali ədədlərin cəminə kompleks ədədlər deyilir ($2+\sqrt{-5}$).

Bu anlayış ilk dəfə 1831- ci ildə Qauss tərəfindən tət-biq edilmişdir. "Kompleks" sözünün tərcüməsi "birgə" de-məkdir.

Çox vaxt kompleks ədədi xəyali ədəd adlandırmışlar. Günümüzdə isə bəzən kompleks ədədlərə virtual ədələr də deyilir.

Kompleks ədəd $a+bi$ şəklində olur. Burada a və b hə-qiqi ədədlər, i isə xəyali vahiddir.

Kompleks ədədləri konstruktiv təlimlə tədris etdiyim "Kompleks ədədlər çoxluğu və kompleks ədədlər üzərin-də əməllər – X sinif" mövzusunda aşağıdakı kimi araşdır-mışıq.

7.2. Kompleks ədədlər çoxluğu və kompleks ədədlər üzərində əməllər–X sinif

Mövzunu konstruktiv təlimlə tədris etdim. Dərsdə ədəd anlayışını genişləndirib kompleks sözünü izahın edərək kompleks ədədləri aydınlaşdırdıq və kompleks ədədlər çoxluğunu aldıq. Rasional ədədlər üzərində əməllərin qaydalarına əsaslanaraq kompleks ədədlər üzərində əməlləri yerinə yetirdik.

Əvvəlcə sinfi qruplara ayırıb, həqiqi, kompleks, ədəd və virtual adlandırdım. Qrupa ayrılmamışdan əvvəl şa-girdlərə kartlarda sual payladım. Sualları riyazi və sözlü məntiqə əsasən tərtib etmişdim. Sualların cavabı qrupla-rın adı idi. Şagirdlər cavablarına görə qruplarını tapdılar. Səhvlərini birgə düzəltdilər. Mənsə nəzarət etdim.

Kartlardan nümunə.

1) $\{\dots -2, -1, 0, ½, 1, \dots\}$ U $\{\dots, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \dots\} =$

2) Müvəffəqiyyət əldə etmək üçün necə biliyə sahib ol-maq lazımdır?

3) $ƏBOB(7{,}15) = 1$

4) Bir ailənin üç üzvü dünya səyahətinə çıxmağı plan-laşdırdı. Baba, ata və nəvə. Baba qoca idi. Xəyalən gəzdi. Ata pul toplamağa başladı. Nəvə İnternetdən istifadə etdi. Sizcə hansı səyahət daha real idi?

Sinfin təşkilindən sonra mövzunu araşdırdıq.

Sual. Ədəd anlayışını necə başa düşürsünüz?

Cavab.

1) Ədəd varlıqların miqdarını göstərir.

2) Ədəd varlıqların say xarakteristikası üçün istifadə olunan anlayışdır.

3) Ədədlə kəmiyyətlərin ölçüsü müəyyən olunur.

4) Ədədlər çoxluqlar yaradırlar.

Sual. Ədədlər hansı çoxluqları yaradırlar?

Cavab.

1) Natural ədədlər çoxluğunu $-N$

2) Tam ədədlər çoxluğunu $-Z$

3) Rasional ədədlər çoxluğunu $-R$

4) Həqiqi ədədlər çoxluğunu $-Q$

Tapşırıq. Natural ədədlər çoxluğunu pillə-pillə həqiqi ədədlər çoxluğuna qədər genişləndirin.

Cavab.

1) Sayma zamanı istifadə olunan ədədlər natural ədədlərdir.

"0" natural ədəd deyil. Ən kiçik natural ədəd $1-$ dir.

$$N = \{1,2,3,4,5,\dots,n\}$$

2) Natural ədədlər çoxluğunu 0 və natural ədədlərin əksi ilə genişləndirdikdə tam ədədlər çoxluğunu alırıq.

$$\{1,2,3,4,\dots\}U\{\dots,-4,-3,-2,-1,0\} = Z$$

3) Tam ədədlər çoxluğunu $\frac{m}{n}$ şəkilli rasional ədədlərlə genişləndirdikdə rasional ədədlər çoxluğunu alırıq.

$$Z\ U\ \{\frac{m}{n}\ /\ m\ \in\ Z, n\ \in\ N\} = R$$

4) Rasional ədədlər çoxluğunu irrasional - kök altından tam ədəd kimi çıxa bilməyən ədədlərlə genişləndirib həqi-qi ədədlər çoxluğunu alırıq və onu Q ilə işarə edirik.

Tapşırıq. Tənliyi həll edək.

$x^2 + 1 = 0$

Həlli. $x^2 + 1 = 0$

$x^2 = -1$

$x = \pm\sqrt{-1}$ tənliyin kökü yoxdur.

Orta məktəbdə köklər haqqında məlumat verərkən müsbət ədədin tək dərəcədən bir, cüt dərəcədən əks işa-rəli iki kökü olduğu qeyd edirik. Cüt dərəcədən mənfi ədə-din isə kökü yoxdur deyilir. Əslində kökaltında kökün də-rəcəsi qədər ədəd var. Mənfi ədəd də kökaltından xəyali ədəd kimi çıxır. Belə ədədi ədədlər çoxluğunda göstər-mək üçün ədəd anlayışını genişləndirmək və kompleks ədədin tərifini vermək lazımdır.

Tənliyin kökü var və kompleks ədəddir deyirəm. Komp-leks haqqında fikirlərini soruşuram.

Sual. Kompleks sözünü necə başa düşürsünüz?

Cavab:

1) İnsanın hansısa cəhətinə görə kompleksi olur.
2) Ticarət, heyvandarlıq, yaşayış kompleksi var.
3) Kompleks müalicə aparılır.
4) Fənlər kompleks halda tədris olunur.

Müəllimin şərhi: Kompleks birdən çox hissədən ibarət olan və bu hissələrin bir-biriylə əlaqəli olduğunu göstərən bir tamdır. Maddi cəhətdən baxdıqda müəyyən varlıqların cəmidir. Psixoloji cəhətdən xülyadır. Kompleks ədəd bu iki cəhətin hər ikisini özündə birləşdirir.

$i^2 = -1$ (i xəyali vahiddir) olduğunu qeyd edib $x^2 + 1 = 0$ tənliyinin kökünü tapırıq. Dərsin əvvəlində

$x = \pm\sqrt{-1}$ tənliyin kökü yoxdur demişdik. $i^2 = -1$ münasibətinə görə $x_{1,2} = \pm\sqrt{-1} = \pm\sqrt{i^2} = \pm i$ alırıq.

$\sqrt{-4} = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{4} = \sqrt{i^2} \cdot \sqrt{4} = \pm 2i$ xəyali ədəddir. i –ni daxil etdikdən sonra həqiqi ədədlər çoxluğunu elə genişləndirmək lazımdır ki, bütün ədədlər yeni yaranan kompleks ədədlər çoxluğunda olsun və əməllər ödənsin. Bu

$z = a + bi$

şəklidir.

$a + bi$ şəklində olan kompleks ədədə cəbri şəkildə verilmiş kompleks ədəd deyilir. a və b həqiqi, i virtual ədəddir. bi – xəyali ədəddir. Kompleks ədədin tərsi, əksi, qoşması var və kompleks ədədlər üzərində əməllər de-mək olar ki, həqiqi ədədlər çoxluğundakı kimidir. Komp-leks ədədlər çoxluğu bütün ədədləri daxilinə aldığından əməllər yerinə yetirilərkən həqiqi ədədlərin qanunauyğun-luğu pozulmamalıdır.

$a + bi$ formasıda bütün ədədləri göstərmək olur.

Məsələn. $3 = 3 + 0i$

Tapşırıq. Əks, tərs və qoşma kompleks ədədləri ya-zın.

Cavab.

1) $z = a + bi$, əksi $-z = -a - bi$

2) $z = a + bi$, tərsi $\frac{1}{a+bi}$

3) $z = a + bi$, qoşması $\bar{z} = a - bi$ -dir.

Sual. $z = a + bi$ və $w = c + di$ kompleks ədədləri üzərində cəbri əməlləri necə yerinə yetirmək olar (onlara ikihədli kimi baxaq).

Cavab.

1) Kompleks ədədlər ikihədli şəklindədirlər.

2) Kompleks ədədləri çoxhədlilər kimi toplamaq (çıxmaq) olar.

$$z + w = (a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$$

3) Kompleks ədədlərin vurulması çoxhədlilərin vurul-ması kimidir.

$$(a + bi) \cdot (c + di) = ac + adi + cbi + bdi^2 =$$

$$= ac - bd + (ad + cb)i$$

Burada $i^2 = -1$ nəzərə alınır.

4) Ədədləri çoxhədli kimi böldükdə nəticə vermir.

İzahat: Kompleks ədədlərin nisbətini tapmaq üçün bölünəni və böləni məxrəcin qoşmasına vurmaq lazımdır.

Tapşırıq. $\frac{a+bi}{c+di}$ nisbətini tapaq.

Həlli: $\frac{a+bi}{c+di}$ nisbətini tapmaq üçün kəsrin surət və məx-rəcini bölənin qoşmasına vurub hesablayaq aşağıdakı düsturu alırıq.

$$\frac{z}{w} = z \cdot \frac{1}{w} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 + d^2} i$$

Dərs prossesində zəruri halda mövzunu izah etdim. Kompleks sözünün aydınlaşması kompleks ədəd və kompleks

ədədlər çoxluğunun qavranılmasına kömək et-di. Kompleks ədədlər üzərində əməlləri şagirdlər bilikləri-nə əsaslanaraq yerinə yetirdilər. Nisbətin düsturunu qadaya əsasən aldılar. Ümumiyyətlə riyaziyyatda dusturları əzbərləməkdənsə, onların alınması qaydasını yadda saxlamaq əlverişlidir.

Misal. Hesablayın: $i^{12},\ i^{3}, i^{101}$

Həlli.

$i^{12} = (i^2)^6 = (-1)^6 = 1$

$i^3 = i^2\, i = -1i = -i$

$i^{101} = i^{100} i = (i^2)^{50}\, i = (-1)^{50}\, i = i$

Tapşırıq. İki kompleks ədəd yazaq. Onların cəmini, fərqini, hasilini və nisbətini tapaq.

Həlli.

$z = 5 + 3i$ və $w = 6 - 4i$

İndi bu kompleks ədədlərinin cəmini, fərqini, hasilini və nisbətini tapaq.

1) $z + w = (5 + 3i) + (6 - 4i) = 5 + 3i + 6 - 4i = 11 - i$

2) $z - w = (5 + 3i) - (6 - 4i) = 5 + 3i - 6 + 4i =$

$= -1 + 7i$

3) $zw = (5 + 3i)(6 - 4i) = 30 - 20i + 18i - 12ii = 42 - 2i$

4) $\frac{z}{w} = \frac{5+3i}{6-4i} = \frac{(5+3i)(6+4i)}{(6-4i)(6+4i)} = \frac{30+20i+18i+12i^2}{36-16i^2} = \frac{18+38i}{52} =$

$= \frac{18}{52} + \frac{38i}{52} = \frac{9}{26} + \frac{19i}{26}$

Misal.Tənliyi həll edək.

$x^2 + 8x + 41 = 0$

Həlli.

$x^2 + 8x + 41 = 0$

$$x = -4 \pm \sqrt{16 - 41} = 4 \pm \sqrt{-25} = -4 \pm \sqrt{-1 \cdot 25} =$$

$$= -4 \pm \sqrt{25i^2} == -4 + 5i$$

Mövzunun araşdırılmasını yekunlaşdırdıqdan sonra iş-çi vərəqlərində tərtib etdiyim sualları qruplara təqdim et-dim.

İşçi vərəqlərindən nümunə:

1) Tam və rasional ədədlər çoxluğunun kəsişməsi han-sı çoxluqdur?

2) Həqiqi ədəd kompleks ədəd şəklində necə göstəri-lir?

3) i – nin tək dərəcədən qüvvətlərini yazıb hesablayın.

4) Hesablayın:

a) (0,2 + 5i) + (0,3 – 2i)

b) $(i + 1)^{16}$

c) $\frac{2i}{3-i}$

5) $x^2 + 4x + 5 = 0$ tənliyini həll edin.

Şagirdlər işçi vərəqlərindəki misalları həll etdikdən sonra qruplardan seçilmiş bir nəfər işi təqdim etdi.

Sonda dərs müddətində müəyyən kateqoriyalara görə apardığım qiymətləndirməni şagirdlərin də rəyini nəzərə almaqla yekunlaşdırdım.

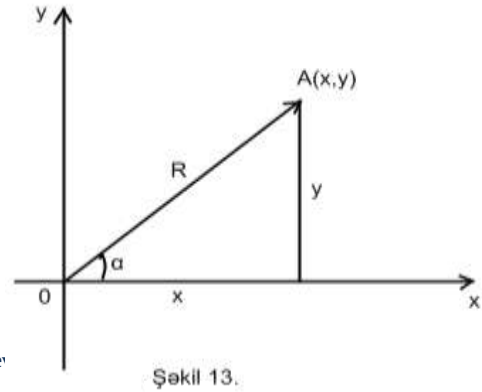
Kompleks ədədlərin daha ətraflı araşdırılmasını sonrakı mövzularda davam etdiririk. Həmin mövzulardakı bəzi əsas məqamları da burada qeyd etmək istəyirəm.

Kompleks ədədlər haqqındakı izahatlardan gördük ki, $z = a + bi$ şəklindəki komplaeks ədəd (a, b) həqiqi ədəd cütü vasitəsilə verilir. Ona görə də, bu ədədi koordinat müstəvisində $A(a, b)$ nöqtəsinin koordinatları kimi bax-maq olar. Daha doğrusu $O(0,0)$ koordinat başlanğıcından $A(a, b)$ nöqtəsinə yönəlmiş radius vektor kimi baxmaq olar. Kompleks ədədlərin vektorlar kimi göstərilməsi onlar üzərində olan əməllərin həndəsi təsvir olunmasına imkan verir. Kompleks ədədlərin toplanması, çıxılması və ədədə vurulması vektorların toplanması, çıxılması və ədədə vurulmasına uyğun gəlir.

Həndəsi təsvir nöqtənin polyar koordinatlarını da izah edir. Belə ki, nöqtələr müstəvidə yalnız dekart $A(a, b)$ deyil, həm də polyar $A(R, \alpha)$ koordinatları ilə göstərilirlər.

Şəkil 13.

Fərz edək ki, $x + yi$ şəklində kompleks ədəd ve-rilmişdir. Ədədin mo-dulunu və arqumen-tini araşdıraraq onu triqonometrik şəkildə göstərək.



Şəkil 13.

Kompleks ədədi göstərən vektorun uzunluğuna bu kompleks ədədin modulu deyilir.

$x + yi$ ***kompleks ədədinin modulu*** $|x + yi|$ - dir və R hərfi ilə işarə olunur.

$$R = |x + yi| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

düsturu ilə hesablanır.

Absis oxu ilə $x + yi$ kompleks ədədini göstərən $\overrightarrow{OA}$ vektoru arasındakı α bucağına, $x + yi$ kompleks ədədinin ***arqumenti*** deyilir.

Sıfra bərabər olmayan hər bir kompleks ədədin bir-birindən tam dövrlərin sayı (yəni $360°k$) qədər arqumenti vardır.

α və $x + yi$ kompleks ədədinin koordinatları arasında üçbucağın elementləri arasındakı asılılığı ifadə edən triqonometrik ifadələr doğrudur.

$$\begin{cases} cos\alpha = \dfrac{x}{R} \\ sin\alpha = \dfrac{y}{R} \end{cases}$$

və ya

$$\begin{cases} x = Rcos\alpha \\ y = Rsin\alpha \end{cases}$$

Düsturlar nöqtənin polyar və Dekart koordinatları arasındakı asılılığı göstərir. α bucağını $tg\alpha = \frac{b}{a}$ - dan a və b -nin işarəsini nəzərə almaqla tapırıq.

$$z = R(cos\alpha + isin\alpha)$$

Onlar triqonometrik şəkli verilmiş kompleks ədədlərin üzərində əməlləri yerinə yetirməyi asanlaşdırır.

$$z = R(cos\alpha + isin\alpha)$$

$$w = r(cos\beta + isin\beta)$$

kimi verilmiş kompleks ədədləri vurmaq, bölmək, qüvvətə yüksəltmək və kök almaq üçün aşağıdakı düsturlardan istifadə edilir.

1) $z \cdot w = Rr(\cos(\alpha + \beta) + isin(\alpha + \beta))$

2) $\frac{z}{w} = \frac{R}{r}(\cos(\alpha - \beta) + isin(\alpha - \beta))$

3) $z^n = R^n(cosn\alpha + isinn\alpha)$

4) $\sqrt[n]{R(cos\alpha + isin\alpha)} = \sqrt[n]{r} \cdot (\cos\frac{\alpha}{n} + isin\frac{\alpha}{n})$

§ 8. İbtidai sinif

8.1. Həndəsi fiqurlar - III sinif

Mövzunun araşdırılmasına başlamazdan əvvəl yeni tə-lim texnologiyalarının tətbiqi ilə keçirilən dərslərdə hansı prinsiplərin əsas götürüldüyünü aydınlaşdırmaq istəyirəm.

Fikrimcə, bunlar aşağıdakılardır:

1) Dərsin mövzusu və məqsədi.

2) Şagirdlərin tədris olunacaq mövzuya aid bilik və ba-carıqları.

3) Şagirdin idrakı-təfəkkür və təxəyyülü.

4) İKT və əyaniliklər.

Dərsdə vaxt bölgüsü düzgün aparılmalıdır.

1) Təlim üsulunu nəzərə almaqla sinfin təşkili – 2 dəqi-qə.

2) Mövzunun araşdırılması – 20 dəqiqə (Araşdırma nə-ticəsində şagirdlər yeni biliklərini yaratmalıdırlar).

3) Biliklərin yoxlanması – 8 dəqiqə.

4) Təqdimat – 13 dəqiqə (Qrup tərəfindən seçilmiş li-der və ya bütün qrup üzvləri işi təqdim etməlidirlər).

5) Ev tapşırığı - 2 dəqiqə.

6) Qiymətləndirmə - dərs prosesi boyu müxtəlif kateqo-riyalara görə-əməkdaşlıq, fəallıq və s. müəllim tərəfindən aparılır. Hər qrupun təqdimatdan sonra şagirdlərin də rəyi nəzərə alınmaqla yekunlaşır.

Fikirlərimi III sinif riyaziyyat dərsliyin üzərində aydınlaş-dırmaq istəyirəm.

III sinif – Həndəsi fiqurlar.

Dərslikdə bu mövzu bir neçə saat üçün nəzərdə tutu-lub. Həndəsənin stereometriya bölməsinə aiddir. Məqsəd fəza fiqurları - kub, düzbucaqlı prizma, piramida, silindr, konus və kürə ilə tanışlıqdır.

Dərsi planlaşdırarkən nəzərə almaq lazımdır ki, şagird-lər müstəvi fiqurları – üçbucaq və dördbucaqlılar, düz xət-lərin

qarşılıqlı vəziyyəti, bucaqların növləri haqqında məlumatlıdırlar. Fəza fiqurları formasıda cisimləri həyatda görüblər.

Mövzuya başlamazdan əvvəl fəza haqqında məlumat verdim. Tanış olacağımız həndəsi fiqurların fəza fiqurları olduğunu dedim. Fəza və müstəvi fiqurlarının fərqini aydınlaşdırdım. Yəni, şagirdlər bildilər ki, müstəvi fiqurları müstəvi üzərində olur. Fəza fiqurları ya tamamilə fəzada yerləşir, ya da onu bir hissəsi müstəvidə bir hissəsi fəza-da yerləşir.

Sinfin fəza fiquru şəklində olduğunu dedim. Şagirdlər-dən otaq haqqında fikirlərini soruşdum. Aşağıdakı kimi cavab verdilər.

- Otaq altı düzbucaqlıdan ibarətdir. 8 təpəsi var. Hər təpədən 3 xətt çıxır.

Otağa oxşayan cisimləri sadaladılar.

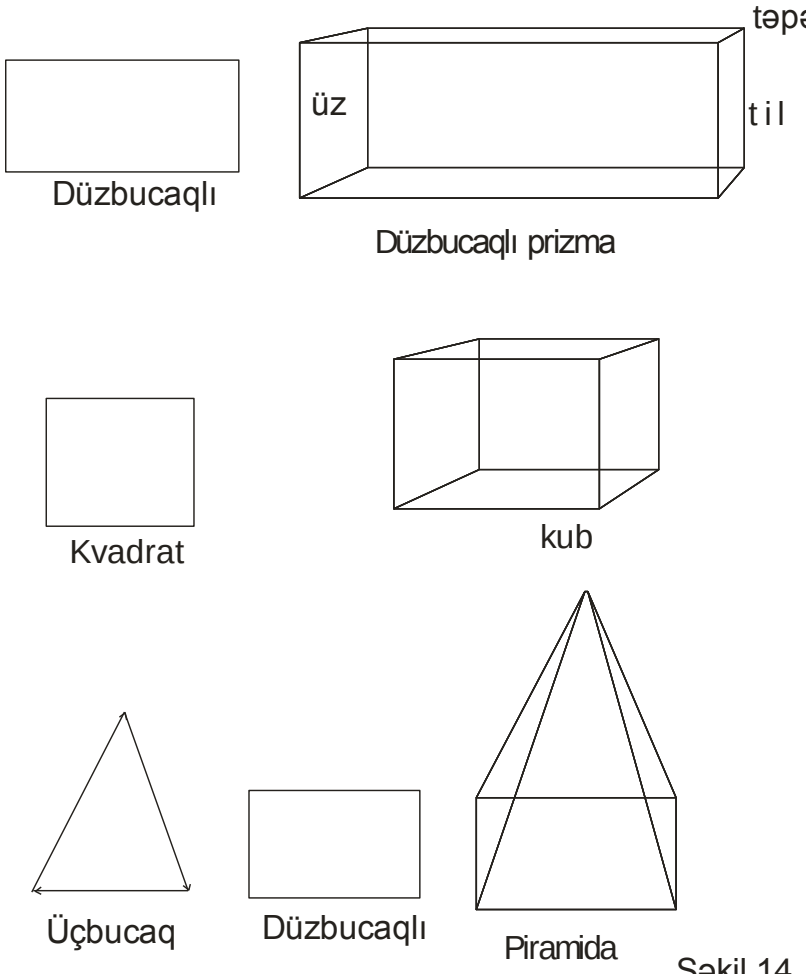
- Kibrit qutusu, kitab, dəftər, su çəni və s.

Düzbucaqlıları üz, xətlərin üzləri birləşdirən tillər, qarşı-qarşıya olan üzlərin paralel və bərabər olduğunu izah edərək prizma anlayışını verdim.

Kuba üzləri kvadrat olan prizma (paralelopiped) kimi baxdıq. 6 kvadratdan, 8 təpədən, tillərdən ibarət olduğu-nu qeyd etdik.

Müasir dərslərdə əsas tədris vəsaiti dərsliklə yanaşı kompyuter və projektordur. Mövzunu tədris edərkən hən-dəsi fiqurların Paint, CorelDRAW X3 kimi proqramlarda şəklini çəkmək əlverişlidir.

Şəkil14.



Şəkil 14.

Məsələn: Piramida haqqında məlumat verərkən CorelDRAW X3 proqramında dördbucaqlı (istənilən çoxbucaqlı ola bilər) çəkib alətlərdən istifadə edərək piramida aldım.

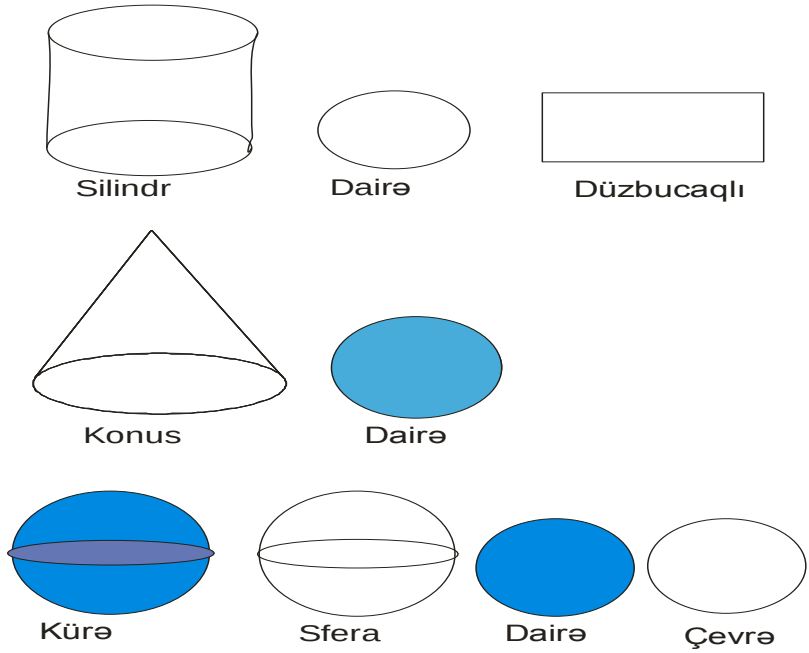
Ümumiyyətlə, Misir ehramlarına görə pramidanı şa-girdlər tez qavrayırlar. Oturacağının 4 bucaqlı, üzlərinin üçbucaq olduğunu dedilər.

Silindri düzbucaqlını bir tərəfi ətrafında fırlamaqla al-dıq. Kompyuter qrafikası ilə çəkilmiş şəkil və kartondan hazırlanmış model təsəvvürü tamamladı. Şagirdlər cismin oturacaqlarının iki dairədən ibarət olduğunu dedilər. Üzü göstərmək üçün modeli kəsdim. Düzbucaqlı alındı.

Konusu düzbucaqlı üçbucağı düz bucaq əmələ gətirən tərəflərindən biri ətrafında fırladaraq alırıq. Şagirdlər dondurmaya, kosa papağına bənzəyən cisim aldığımızı söylədilər.

Mövzudakı sonuncu həndəsi fiqur kürədi. Dərsi maraq-lı yekunlaşdırmaq üçün küreni hekayəyə, riyazi ifadələri bədii obrazlara çevirdim. Hekayə kitabın ikinci hissəsində verilib. Şəkil 15

Şəkil 15



8.2. Paralel və perpendikulyar düz xətlər – III sinif

Mövzunun adından aydındır ki, dərsdə paralel və perpendikulyar düz xətlərin izahlı şəkildə tərifini verməliyik. Buna həndəsədə ilk anlayışlardan olan xəttin nə olduğu-nu açıqlamaqla başladıq. Xətti açıqlayarkən şüa və par-çanı, iki xəttin qarşılıqlı vəziyyətinin araşdırarkən paralel-lik və perpendikulyarlığı izah etdik. Perpendikulyarlığa çarpaz düz xətlərin xüsusi halı kimi baxıb, iti, kor, düz, açıq və tam bucaqları araşdırdıq.

İlk soruşduğum şəkildə təsvir etdiyim xətlərin adı oldu (Şəkil 16).

Sual: Necə xətlər var?

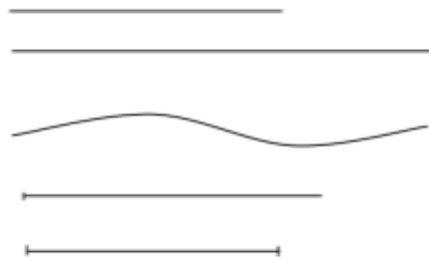
Cavab:

Düz xətlər var.

Əyri xətlər var.

Uzun xətlər var.

Qısa xətlər var.



Şəkil 16.

Müəllimin şərhi:

Düz xətt hər iki tərə-fə sonsuz uzanır.

Xətt çəkirəm. Şagirdlərə onu bir ne-çə hissəyə bölməyi tapşırıram.

Sual. Şəkildəki xətlər haqqında nə deyə bilərsiniz?

Cavab.

Xətt hər iki tərəfə uzanır.

Bir tərəfdən uzanır.

Sağa və ya sola uzanır.

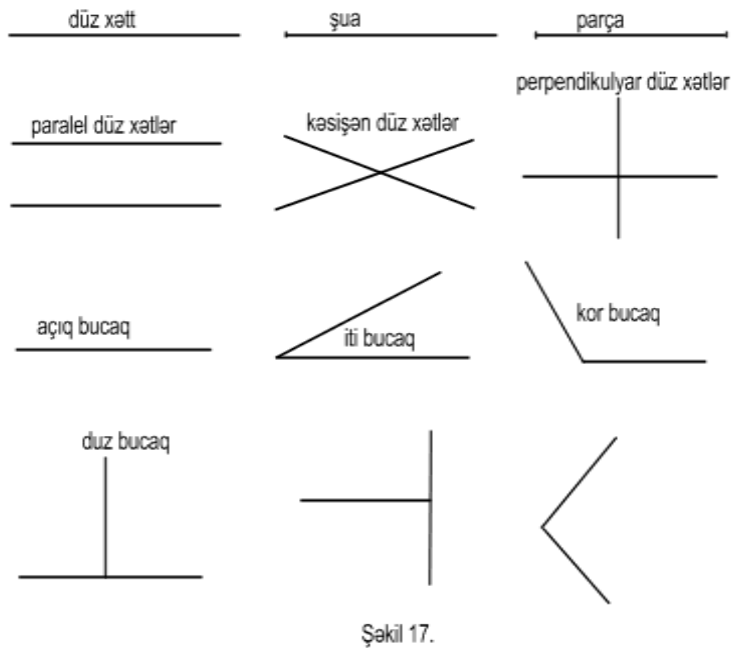
Heç bir tərəfə uzanmır.

Müəllimin şərhi: Hər iki tərəfdən məhdud (yəni-heç bir tərəfdən uzanmayan xətlər) düz xətt parçadır.

Şüanın başlanğıc nöqtəsi var. Şüa bir istiqamətdə son-suz uzanır (Günəş işıq şüası saçır).

Şəkil 17.

Sual:



Şəkil 17.

Düz xətlər hansı vəziyyətdə olur?

Cavab:

Düz xətlər kəsişmir.

Düz xətlər üst-üstə düşür.

Düz xətlər kəsişir.

Müəllimin şərhi: Kəsişməyən düz xətlər paraleldir. Ki-tab və dəftərlərimizin qarşı-qarşıya olan tərəfləri paralel-dir.

Müxtəlif vəziyyətdə kəsişən düz xətlər çəkirəm.

Sual:

Kəsişən xətlər haqqında nə deyə bilərsiniz?

Cavab:

İki kəsişən düz xəttin bir ortaq nöqtəsi var.

Düz xətlər müxtəlif bucaq altında kəsişirlər.

Düz xətlər düz bucaq altında kəsişirlər.

Müəllimin şərhi: İki duz xətt düz bucaq altında kəsişir-sə perpendikulyardır.

Şagirdlər dərslikdə şəkilləri verilmiş (düz xətlərin kəsiş-məsindən alınan) bucaqların adlarını söylədilər. Küçəni paralel məktəbi isə küçəyə perpendikulyar düz xətlə təs-vir edib məktəbimizin yerini göstərdilər.

Dərsin "Təssəvvürlərin əks olunması" hissəsində şa-girdlər qrupların işçi vərəqlərində tərtib olunmuş misalları həll etdilər.

İşçi vərəqlərindən birinin nümunəsi:

Qrup 1.

1) Düz xətt çəkin.

2) Şüanı necə təsəvvür edirsiniz?

3) Düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyətini göstərin.

4) Ətrafınızdakı paralel düz xətləri göstərin.

5) Bucaqların növlərini deyin.

6) Perpendikulyar düz xətlər hansı bucaq altında kəsi-şirlər?

Sonda qrupların təqdimatı oldu. Dərs prosesində müx-təlif kateqoriyalara görə apardığım qiymətləndirmə yekun-laşdı.

II B Ö L Ü M

DÜŞÜNCƏNİN RİYAZİ DİLİ

(ELMİ-BƏDİİ HEKAYƏLƏ, MİNİATÜRLƏR)

1. Ala-dəymiş

Qarpız yaşıl tağların arasından boylanıb:

- Özümdən yoxdu! – dedi. – Kürəşəkilliyəm. Günəş də mənə bənzəyir.

Günəş hirsindən qızararaq alov püskürdü. İsti nəfəsi külək olub Yer səthində əsdi. Bostanın oynatdı, tağları araladı. İsti küləklər çətirsiz qarpızı çatlatdı.

Yemiş:

- Nə oldu, Günəbənzər! – dedi.

Qarpız özünü sındırmadı.

- Nə olacaq ki! Şirinliyimdən çatladım. Niyə istehza edirsən! Kainat da mənə bənzəyir.

- Sənə yox, kürəyə.

- Kürə də məndədi, sfera da. – Çatını göstərdi. – Qabı-ğım sfera, daxilim kürədi. – Şişərək iki yerə bölündü. Qırmızımtıl, kalımsoy idi. – Kəsiyim isə dairədir. Diqqətlə baxsan dairənin kənarındakı çevrəni də görərsən.

Yemiş gülərək söylədi:

- Tamamilə həndəsi fiqurlarmışsan ki!

- Sənsə, uzaqbaşı ellips ola bilərsən...

Şamba söhbətin bu yerində dözməyib:

- Biz ellipsvari də oluruq, kürəşəkilli də! - dedi. - Sən-sə, qırmızımtıl, hələ yetişməmiş qarpızsan.

Balacanın sözü Günəşə xoş gəldi. Gülümsəyib nəfəsi ilə bostanı oxşadı.

- Kalla da danışmaq asandı, dəymişlə də. Vay aladəy-mış əlindən. – söylədi. - Aladəymiş olmayın!

2. Münasibət

Triqonometriya səmada yarandı. Həyat üçbucağında (ömür, əməl və əbədiyyət) münasibətlərini müəyyənləşir-di. Əbədiyyəti əməllərin yasama nisbəti kimi qəbul etdi. Zamanı xeyrə və ya şərə bölərək adamların həyata baxış bucaqlarını hesabladı.

Triqonometriya özünü təsdiqləmək üçün fəzadan müs-təviyə endi. Düzbucaqlı üçbucaqda bucaq (əbədiyyət-həyata baxış) və tərəflər (əməllərin zamana-ömrə nisbəti) arasında münasibət oldu.

Veril*miş bucağın sinusu =qarşı katet*/hipotenuz
Verilmiş bucağın kosinusu= qonşu katet/hipotenuz
Verilmiş bucağın tangensi= qarşı katet/q*onşu katet*
Verilmiş bucağın kotangensi= qonşu katet/*qarşı katet*

Sonra elmin dərin qatlarına baş vurdu. Triqonometrik eynilikləri, sinuslar və kosinuslar teoremini ifadə etdi. İrəli-lədikcə əməlinin nəticələrinə - xeyir yaxud, şər olduguna fikir vermədi. Bir vaxt ayıldı ki, tənlikdə məchul olub. Əv-vəlcə özünü tapmalıdı. Tənlik isə onu qaydalara uyğun (cəbri tənliyə gətirmək, yardımçı bucaq daxil etmək, triqo-nometrik ifadələri qiymətləndirmək…) həll etdi.

Bu yerdə özünü hakim sayan triqonometriya Təbiətə və qanunlara tabe olduğunu anladı. O, həyat naminə mü-nasibətlərdən şəri uzaqlaşdırdı. Əbədiyyətə qovuşmaq üçün xeyri ömürə yoldaş etdi.

3. Qələm

Sehirli qələm müstəvidə bir neçə xətt çəkdi. Onları nizamlayıb adlandırdı. Birinci xəttə toxunmadı. O, kainatın dərinliklərinə doğru sonsuz uzandı. İkinci düz xətti kəsdi. Şüa oldu. Üçüncü düz xətti isə hər iki tərəfdən kəsib par-ça adlandırdı.

Sonsuzluğuna qürrələnən düz xətt şüaya:

- Bir bunun boy-buxununa bax! – dedi. – Bir tərəfə uzanaraq mənə tay olmaq istəyir. Unutma ki, sən yarım düz xətsən.

- Onda iki mən ol! - Şüa cavab verdi.

Düz xətt qatlandı. Bucaq oldu.

- Kor bucaq oldun.

- Fərqi nədi? Bucaq ortaq təpəli iki şüa deyilmi?

- Doğrudu. Adı ki bucaqdı.

Xətt hirslənib tərəflərini düz saxladı.

- Düz bucaq oldun. Özünü öymə. Açıl, bir dənə düz xətt ol.

Düz xətt dilxor bükülərək iti bucaq oldu.

Şüa lovğalanaraq:

- Bir daha mübahisə etməyin! – dedi.- Sizlərdən güdrətliyəm. Günəş də işıq şüası saçır. – Parçaya baxdı. – Sənsə çox kiçiksən.

- Doğrudur. Lakin, sən mənsiz nə ədədi şüa, nə də şkala ola bilərsən. Kəmiyyətləri ölçmək güdrətin olmaz.

Sehirli qələm ağıllı balacadan (parçadan) razı halda düz xətti açdı. Yanında onu kəsməyən ikinci düz xətt çək-di. Onları paralel düz xətlər adlandırdı. Mübahisəni kəsdi-yini zənn etdi. Az keçmiş mübahisə qızışdı. Xətlər kəsişdi. Sehirli qələm bu dəfə onları düz bucaq altında kəsişdirib perpendikulyar adlandırdı.

- Düz dayanıb, düzgün mübarizə aparın!

Xətlər qələmin əmrindən çıxıb istədikləri kimi kəsişdi-lər. Əyildilər.

Qələmsə, sakit halda:

- Həyat mübarizədir! Güclü qalib gələcək! – deyərək DÜZün qələbəsini arzuladı.

4. Təfəkkür dünyası

Kainat yarandığı gündən Allah sevgisindən güc aldı. Ümumdünya cazibə qanunu qalaktikanı, planetləri vəh-dətdə saxladı. Tamlığa can atan bütün yarımlar bu sevda-ya həyat verdilər. Bütün münasibətləri elə ilk gündən funksiyalar müəyyənləşdirdi.

Rəvayətə görə, riyaziyyat ölkəsində funksiyalar ailəsi yaşayırdı. Təfəkkür dünyasında onun mühüm yeri vardı. Ana arqumentlə ata funksiya çox xoşbəxt idilər. Ata ana funksiyanın sərbəst fikirlərinə hörmətlə yanaşır, ondan asılı olaraq dəyişirdi. Bir gün arqument müəyyən olunmuş səddi keçdi. Funksiya ətrafındakıların qınağına tuş gəldi.

İnteqral dostuna hirsləndi.

- Sən necə kişisən ki, ailəni sərbəst buraxmısan! Mən inteqralam. İşarəm altında olan bütün münasibətlər – funksiyalar mənə tabedirlər.

Sözlər funksiyaya ağır gəldi. Arqumentdən ayrıldı. Ar-qument sıfra bərabər-tənlik, funksiya sıfır-koordinat baş-lanğıcı oldu. Ayrılıqda mənalarını itirdilər. Kor-peşman ba-rışdılar.

Ailə övladlarını başına toplayıb həyatına davam etdi. Müxtəlif münasibətləri ifadə edən övladlar böyüyərək funksiyalar oldular. Ata onlardan razı idi. Lakin, kiçik oğlu ərkəsöyünlük, özbaşınalıq edirdi. Funksiya keçmiş günlə-rini, səhvlərini xatırladı. O, $y = kx + b$ münasibətini ifadə edən oğlunu danladı.

Oğul:

- Ata, ailəmiz sərbəstdir. – dedi. – İstədiyimiz kimi hə-rəkət edə bilərik.

Ata acıqlanıb $y = kx + b$ - də $b = o$ etdi. $y = kx$ funksi-yası arqumentin sıfır qiymətində sıfıra çevrildi.

Oğul atadan incidi.

- Məni sən sıfır etdin. Ailəmi dağıtdın.

- Günah özündədir. Sərbəst idiniz...

- Xanımım səhv etdi - sıfır oldu. Ayrıldıq.

- Hələ yaxşı qurtarmısan. Allahın səni sevib. Mənfiyə düşsəysdi mənliyini, mənəviyyatını itirərdin.

- Qadındakı gücə bax!

- Bəs bilmirsən qadın yıxmayan ev yüz il tikili qalar!

- Qardaşlarım necə yaşayırlar? Kvadrat, kök və kəsr funksiyaları deyirəm.

- Onların da hər biri üçün arqument – qadın təhlükəsi var! Kvadrat funksiya arqumentdən asılı olaraq sıfra çev-rilə, əmsala görə mənfi ola bilər.

- y = $\sqrt{x-b}$ münasibətini ifadə edən qardaşım xoş-bəxtdi.

Kökün qanunları onu həmişə müsbət edir.

- Doğrudur... Unutma ki, kökaltı ifadə sıfır ola bilər. Normal yaşayışımız üçün hamımız diqqətli olmalıyıq. Kəsr funksiyanı ifadə edən oğlumun həyatı da arqument-dən asılıdır.

- Niyə?

- Arqumentin məxrəci sıfra çevirən qiymətində oğlum sonsuzluqda yox olur! Axı sifra bölmə əməli yoxdu.

Gənc funksiya xeyli fikrə getdi.

- Deməli, biz funksiyaları arqumentlər idarə edir!

- Düzdür. Bizlər yenilməz, məğrur, güclü görünürük! Lakin, hamımız bizi idarə edən o qadından asılıyıq!

5. Qanun

Riyaziyyat təfəkkür dünyasını fəth edərək:

- Elmlərin şahıyam! – dedi.

Təfəkkür:

- Oğul, böyük danışma! – söylədi. – Səni təxəyyülüm-də yaradıb öz dünyamda böyütmüşəm.

- Ustad, hirslənməyin! Mən nəinki dünyanın, hətta bü-tün kainatın şahıyam. Axı elmlər dünyanı öyrənir.

- Belə de... Elmdə şahlığını qəbul etdik. Dünyada şah-lığını sübut et!

Riyaziyyat xeyli fikrə getdi. Təxəyyül köməyinə gəldi. Sözə başladı.

- Dünyanı riyazi qanunlar idarə edir. – dedi. - Böyük partlayışdan sonra dünya zərrə-zərrə toplanaraq yarandı. İndi hissə-hissə çıxılaraq məhvə doğru gedir.

Allah yaratdıqlarına sevgisinin qüvvətini bəxş etmişdir. Lakin nifrət onu bölür və ya kök altına salır.

Yaşam həyatın sürətindən asılıdır. Sürətsə, zamana görə dəyişən məkanın törəməsidir. Xeyrin törəməsi xeyirxahları, bədinki isə bədxahları yaradır...

Təfəkkür ağıllı riyaziyyatın sözünü kəsib:

- Xeyirxahları inteqralla, bədxahları kök altına sal! – dedi. - Qoy xeyir yüksəlsin, şər alçalsın.

Riyaziyyat qələbəsinə sevindi.

- Oldu! Dünyanı riyazi qanunlarla yaşadacağam!

Təfəkkür gülümsəyərək susdu. Qəlbində:

- Bizi Yaradan yaşadır! – söylədi.

6. Çoxüzlü

Zaman səthi sonlu sayda müstəvi çoxbucaqlıdan iba-rət olan məkanda durmadan irəliləyir, zamanla təfəkkürü kamilləşdirəcəyinə inanırdı. O, həyatı qaydaya saldığını fikirləşərkən müstəvi fiqurlarının narazılığı fəzanı bürüdü.

Müstəvi fiqurları:

- Ədalətsizlikdir! – dedilər. – Fəzadakı cisimlər əsasən, düzbucaqlı çoxbucaqlılar üzərində qurulubdur. Ayrılıb müstəvi fiqurları olacağıq.

Fəza susdu. Zaman dayanmaq, yaşam məhv olmaq təhlükəsi ilə üzləşdi.

Məsələnin ciddiləşdiyini görüb təfəkkür işə qarışdı.

- Dostlar, gəlin yaşama zərər vurmadan problemimizi həll edək! Nədən narazısınız ?

Prizma:

- Oturacaqlqrım istənilən çoxbucaqlı, yan səthim düz-bucaqlılardan ibarətdir. Əsasən düz (tilləri perpendikul-yar) və düzgün (tərəfləri bərabər) olan halıma baxılır, həl-lim zamanı düzbucaqlının və düzbucaqlı üçbucağın düsturlarından ($S = ab, d^2 = a^2 + b^2$ – Pifaqor teoremi) istifadə olunur.

Düzlərlə yaşadıöıma görə başqa çoxbu-caqlılar məndən inciyir!

Paralelopiped onunla razılaşdı. Kub problemi olmadı-ğını, onsuz da düz bucaqlardan ibarət olduğunu dedi.

Silindr və konus kölgələrinə baxaraq kədərləndilər. Gö-rüntülərində düz bucaq yox idi.

Təfəkkür bu cisimlərin obrazlarını oxşadı.

- Silindr sən düzbucaqlı üçbucağın katetlərindən biri ətrafında fırlanmasından, Konus sən isə düzbucaqlının tərəflərindən biri ətrafında fırlanmasından alınmısan.

Pramida tillərində perpendikulyarlıq tapmayıb:

- Oturacağım çoxbucaqlı, yan səthim ortaq təpəli üçbucaqlardan ibarətdir. – söylədi. - Məndə müstəvi fəzaya yüksəlir. Bu yersiz söhbətləri yığışdırın. Dostluğumuza kölgə salmayın!

Prizma piramidadan narazı qaldı.

- Sənin düz bucaq problemin yoxdu. Ona görə, arxayın danışırsan.

- Düzlük özümdədir. Görmürsən necə möhtəşəməm!

Təfəkkür çoxüzlüləri dinləyərək fikrə getdi. Dahilərdən birinin "Danış ki, görüm səni!" sözlərini xatırlayıb gülümsədi.

- Sizi başa düşdüm. Adınız çoxüzlü olsa da, həlləriniz düzdən asılıdır. Ey çoxbucaqlılar, real olun. Düzbucaqlıla-rın hesabına ayaq üstə dayandığınızı qəbul edin. Forma-nızdan asılı olmayaraq düz olmağa çalışın. Ədaləti zama-nın ixtiyarına buraxın. Allahın köməyi ilə düzlər həmişə qalib gəlir!

Zaman ağıllı təfəkkürün sözlərindən xoşlanıb öz axarı-na düşdü.

- Günün yox, tarixin qalibi olmağa çalışın! – söylədi.

7. Həqiqət

Həqiqət həyat yollarda zamanını itirib uzaqdan işartı kimi görünən elm diyarına üz tutdu. İlk rastlaşdığı riyazi qanunauyğunluqlar oldu. O özünü elmdə tapacağına ümid edirdi. Elmsə ona həyatdakı rolunu anlatmağa çalış-dı.

Elm yaranmanı p ilə işarə etdi. Həqiqət varolmanın $\frac{k}{n}$ şəklində hissəsi oldu. Kəsrə uyğun ədəd isə $p \cdot \frac{k}{n}$ kimi ta-pıldı. Sonra yaşamın həyatın neçə faizini təşkil etdiyi müəyyənləşdirdi.

a yasamının $b\% - i$, $a \cdot b\% \rightarrow a \cdot \frac{b}{100}$ düsturu ilə he-sablandı.

Həqiqət həyatın əsasında dayanmaq istəyirdi. Onun hissəsi olduğuna kədərləndi.

Elm:

- Təmkinli ol, dostum! – dedi. – Həyatın işıqlı üzü, haq-qın səsi sənsən!

- Təəssüf! Belə vəziyyətdə görünməyən üz, eşidilmə-yən səs ola bilərəm!

- Yox, məni sən yaşadırsan.– söyləyərək Elm nur saç-dı. - Məndə yaşayırsan!

Həqiqət elmin dərin qatlarına baş vurdu. Hər addımın-da açıqlanmalı olan məhcullarla rastlaşdı. Anladı ki, elm dəryasıda üzmək də olar, itmək də.

Həqiqət Elmdə hissə göstərən ədədə uyğun kəsr ol-masına kədərlənsə də qanunların-dürüstlüyün izahı oldu-ğuna sevindi.

O, $\frac{m}{n}$ hissəsinə uyğun qiyməti k olan elmi $k:\frac{m}{n}$ düsturu ilə

müəyyən etdi. c % - i d olan elimin həyatiliyini isə

$$d:c\% \rightarrow d\cdot\frac{100}{c}$$

düsturu ilə hesabladı.

Beləliklə, həyatda itmiş Həqiqət özünü Elmdə tapdı. Uduzduğunu qəbul etməyərək yaşama da bir elm kimi baxdı.

III B Ö L Ü M

Elmi məqalə

Orta məktəb müəlliminin təcrübi mülahizələri
Üçüncü sinif riyaziyyat dərsliyi barədə

Müasir zəmanənin yeniyetməsi qlobal dünyada, informasiya cəmiyyətində yaşayır. Onun təfəkkürü inkişaf etməsə, ətrafında baş verən hadisələri lazımınca anlamaq iqtidarında olmaz. Sağlam düşüncəli fərd yetişdirmək isə ailə və məktəbin birgə fəaliyyəti nəticəsində mümkündür. Məktəblərdə həmişə təlim və tərbiyə işləri paralel aparılıb. Lakin bu gün dünya ilə ayaqlaşmaq üçün pedoqoji-sosial tələblər dəyişib. Artıq həm ailədə, həm də məktəbdə yeniyetmə yaşına çatmış şagirdlərə yetgin, sərbəst fikir yürüdəcək, qərar verəcək şəxs kimi baxmaq tələb olunur. Müstəqillik dönəmində ölkəmizdə keçirilən mütərəqqi təhsil islahatlarının da əsas məqsədlərindən biri də məhz budur.

Müasir tələblərə uyğun olaraq dərsləri yeni pedaqoji texnologiyaların və İKT tətbiqi ilə tədris etmək lazımdır. Kurikulumla keçirilən bu cür interaktiv dərslərdə şagirdlərin təfəkkürü inkişafına xüsusi fikirverilir, köhnə biliklər əsasında yeni biliklər yaranır.

Yeni interaktiv texnologiyalardan biri də əsas müddaları tanınmış pedoqoq-metodist Fatma Bunyatova təfəfindən işlənmiş konstruktiv təlim metodu, fikrimizcə, milli təhsil sistemində daha səmərəli sayıla bilər. F.Bünyatova çoxillik təcrübəsinə əsaslanaraq, konstruktiv təlimdə məntiqi bilik strukturlarını yarada bilmişdir. Yeni interaktiv texnologiyalar nəinki müəllim və şagirdlərə, hətta dərsliklərə, eləcə də dərs vəsaitlərinə, metodiki ədəbiyyata da müasir tələblər baxımından yanaşmağı tələb edir.

Məktəblərimizdə zamanın tələbinə uyğun olaraq interaktiv dərslər keçirilir. Lakin yeni pedaqoji texnologiyalara əsaslanaraq tərtib edilmiş dərsliklərimiz əsasən ibtidai sinfi əhatə edir. Son illər müxtəlif sinif şagirdləri üçün nəşr olunmuş dərsliklər ilə tanış oldum və riyaziyyat kitabındakı bəzi məqamlar diqqətimi çəkdi. Üçüncü sinif üçün dərslik kitabı keyfiyyətli və nəfis tərtibatla işlənmişdir. Riyaziyyatda dərslərarası bağlılıq var. Kitabdakı mövzularda pilləlik prinsipi gözlənmış, yeni pedaqoji texnologiyaların tələbinə uyğun olaraq mövzulararası, fənlərarası əlaqə genişləndirilmişdir. Dərslik, yaxşı mənada, elmi baxımdan dar çərçivədən çıxır. Bu isə şagirdlərinin dünyagörüşünün formalaşması baxımından əhəmiyyətlidir. Digər tərəfdən tapşırıqların mətnlərində millilik var. Kitabda həndəsə, fizika tipli məsələlərlə yanaşı vətənimizin coğrafiyasını öyrədən, işğal olunmuş ərazilərini xatırladan tapşırıqlar da yer alır. Dərsliyin birinci bölməsində II sinifdə keçirilənlərin təkrarı verilib: 100 dairəsində hesab əməlləri, müxtəlif tip məsələlərin həlli, müstəvi və fəza-həndəsi fiqurları yada salınır. Sonrakı bölmələrində 1000 dairəsində ədədlər üzərində əməllər, sürətli hesablama üsulları, uzunluq, kütlə, zaman, tutum-həcm anlayışları aydın izah olunub. Vurma və bölməyə həm riyazi, həm də məntiqi cəhətdən baxılıb. Qalıqlı bölmə və yuvarlaqlaşdırma sinfə uyğundur. Tənlik qurma ilə məsələ həlli mövzusunda ağır məsələlər var.

Dərsliyin bir bölməsində bütün həndəsə kursu konspetləşdirilib. Söz ehtiyat hissəsinə baxaq: nöqtə , düz xətt, parça, şüa, bucaq (növləri), paralel düz xətlər, kəsişən düz xətlər, perpendikulyar düz xətlər, üçbucaq, bərabərtərəfli üçbucaq, bərabəryanlı üçbucaq, müxtəliftərəfli üçbucaq, çoxbucaqlı, dördbucaqlı, trapesiya, paraleloqram, düzbucaqlı, kvadrat, romb, kub, düzbucaqlı prizma, piramida, konus, silindr, kürə, fəza fiqurlarının elementləri (təpə, til, üz) və açılışı, perimetr, sahə, simmetriya... Bunlar, sadəcə sözlər deyil, hər birinin arxasıda biliklər sistemi durur. Anlayışlar və

fiqurlar haqqında məlumatlar sadə şəkildə verildiyindən müstəvi fiqurlarını müəyyən mənada başa düşmək olar. Lakin stereometriyanın üçüncü sinif şagirdi tərəfindən qavranılması bir müəllim kimi bizdə şübhə yaradır. Əsasən 10-11 siniflərdə tədris olunan kub, düzbucaqlı prizma, piramida, konus, silindr, kürə, fəza fiqurlarının elementləri (təpə, til, üz) və onların açılışı yuxarı sinif şagirdləri tərəfindən də çətinliklə anlaşılır. Şagirdlər xəyalən fiqurları təsvir edə bilmədiklərinə görə məsələ həllərində yanlış nəticələr alırlar.
Fikrimizcə, əgər fəza fiqurlarını keçmək vacibdirsə, kub, piramida və kürə haqqında məlumat vermək kifayətdir. Müəllim dərsi texnologiyanın tətbiqi ilə keçdiyindən kvadratdan kubun, çoxbucaqlıdan piramidanın, dairədən kürənin alındığını əyani göstərə bilər. Şagirddə cismin elementləri haqqında təsəvvür yaranar. Mövzu anlaşılarsa, kubu prizma və onun növləri, piramidanı tetraedr, kürəni sfera ilə əlaqələndirib dərsi genişləndirmək mümkündür...

V-XI siniflər informatika dərslikləri haqqında

Müasir insan informasiya cəmiyyətində yaşayır və o informasiya mədəniyyətinə yiyələnməlidir. Yeni nəsildə informasiya mədəniyyətini isə insanların intellektual inkişafını təmin edən yeni təhsil sistemi, İKT- dan istifadə bacarığı, kompyuter və İnternet texnologiyalarından bəhrələnərək məlumat vasitələrini asan və tez əldə etmək imkanı formalaşdırır. Bunları nəzərə alaraq, orta məktəbdə çalışan bir müəllim kimi təhsil sistemində xüsusi yeri olan və gələcək intellektuallarımızı formalaşdıracaq informatika dərsliklərini araşdırıb fikirlərimizi bölüşmək istəyirik.
Orta məktəb informatika dərslikləri aşağıdakı sahələr üzrə işlənmişdir: 1) İnformatika və onun tarixi; 2) Proqramlaşdırma; 3) Sistem və tətbiqi proqramlar; 4) İnternet və kompyuter texnologiyaları.

Dərsliklərdə informasiyann qəbulu, emalı, saxlanması və ötürülməsinin üsul və vasitələri tədris olunur: informatikanın əsas məqsədi də budur. Yerli məktəblər üçün nəzərdə yutulan kitablarda milliliyə xüsusi önəm verilib. Mövzuların izahında qədim tariximizə, milli mədəniyyətimizə istinadlar edilib. Fənlərarasi əlaqələr çox uğurlu alınıb. İKT həyatın, elmin bütün sahələrini əhatə etdiyindən, bu çox vacib amil sayılmalıdır və X-XI sinif dərsliklərində xüsusilə aydın görünür. Kompyuterlər hesablama qurğusu kimi yaranandığından informatika riyaziyyat, dünyaşöhrətli yerlimiz Lütfi Zadənin qeyri-səlis məntiqinə görə isə məntiq elmi ilə də bağlıdır.

V siniflər üçün nəzərdə tutulmuş dərslikdə kompyuterin geniş imkanları və obyekt haqqında yetərincə məlumat verilib. "Windows" əməliyyat sistemi haqqında qısa məlumatdan sonra əsas menyuya (başla) nəzər salınmış, "Paint" və "Word Pad" proqramları ətraflı izah olunur. Bu amil isə gələcəkdə şagirdlərin informatika bilgilərinin inkişaf etdirilməsi üçün çox vacibdir. Təkrar və biliklərin möhkəmlənməsi üçün verilən testlər dərsliyi tam əhatə edir. İnformatika I sinifdən tədris edildiyindən iş masası və əsas piktoproqramlar - simgələr haqqında şagirdlərin məlumatı olur. Lakin V sinifdə bütün elmlərin bünövrəsi möhkəmləndiyindən belə məsələlər dərindən, ətraflı izah edilməlidir. "Windows" əməliyyat sistemi ilə paralel əvvəlki ("MS-DOS") və yeni yaradılan ("Windows Vista") əməliyyat sistemlərindən də geniş məlumat vermək lazımdır. Fikrimizcə, proqramlaşdırmanın izahında "MS-DOS" proqramının böyük köməyi var.

VI sinif dərsliyinin I bölməsində keçilmişlərə ötəri baxılır. İnformatikaya aid vacıb və gərəkli məlumatlar təkrarlanır. Belə bölmə dərsliklərin hamısında olmalıdır. Sonrakı bölmələrdə "Microsoft Word" – mətn prosessoru və "Microsoft Power Point" proqramları ətraflı tədris olunur. Tədris prosesinə dair mətnlər Azərbaycan Respublikası Prezidentinini sərəncamlarına, tarixə, dövlət atributlarına və b.

aiddir. Proqramların yüngül şəkildə aşağı siniflərdən tədris olunması məqsədəuyğundur. Çünki yeni təlim texnologiyalarına əsasən tədris olunan dərslərdə təqdimatlar "Microsoft Power Point" proqramında hazırlanır. "Microsoft Word" isə paketin ilk tədris olunan mətn redaktorudur. Dərsliyin artırmasında "Window"sun simğələri haqqında vacib qisa izahatlar var.

VII sinifdə inrormatika elminin əsasında duran informasiya və informasiya prosesləri tədris olunur. Kompyuterin aparat təminatı - mikropressor və qurğuları, proqram təminatı - əsasən sistem proqramlarından olan "Windows" sistem mühiti ətraflı izah edilmişdir. Tətbiqi proqramlardan "Paint" qrafik redaktoru verilmişdir. Düşünürük ki, bu mövzu ayrıca bölmə kimi deyil iş masasın piktoproqramlarının izahı zamanı uyğun yerlərdə verilməlidir: proqram haqqında məlumatları xatırlatmaq və genişləndirmək şərtilə. Alqoritmin izahı gələcək proqramlaşdırmaya hazırlıq üçün vacibdir. Hər mövzunun sonunda yoxlama sualları və tapşırıqlar var. Lakin onlar testləri əvəz etmir. Yekunlaşdırıcı testlər mütləq olmalıdır.

VIII sinfin informasiya və proqramlaşdırmaya aid bölmələri VII sinfin uyğun bölmələrinin davamı və daha ətraflı izahıdır. Alqoritmik dil proqramlaşdırma dillərindən biri ilə paralel izah olunarsa, daha effektli alınar. Kömpyuterin riyazi əsasları say sistemlərini, ölçü vahidlərini – ikilik ölçü sistemi üzərində, məntiqi əsasları klassik məntiqə əsaslanan, Doğru (1), Yalan (0) ikili hesabın simvolları ilə ifadə edilməsini göstərir və Lütfi Zadənin qeyri-səlis məntiqi ilə yekunlaşır. Nəhayət kitabın sonunda kommunikasiya texnologiyaları, İnternet, "Outlook Express" proqramı haqqında geniş məlumat verilir. Bu cəhətlər təqdirəlayiq hal kimi dəyərləndirilməlidir. Praktik işlər də bu baxımdan əhəmiyyətlidir. İnternetin əsaslarının VIII sinifdə tədrisi gecikmiş hal sayıla bilər, fikrimizcə bu bilikləri daha tez öyrətmək lazımdır. Müasir dərslərdə şagirdlər təqdimat

hazırlayarkən, təcrübi olaraq 7-8 dəqiqə İnternetdən istifadə etməli, məlumat axtarmalıdırlar.
IX sinifdə proqramlaşdırmaya geniş yer verilib. "Turbo Pascal" redaktoru ilə "Pascal" proqramlaşdırma dilinin operatorları izah edilib, proqram hazırlığı tam aydınlaşdırılıb. Dərslikdə bacarıqlı proqramçı işi var. Kitabın sonrakı bölmələri "Microsoft Office" proqramlar paketinin "Microsoft Word", "Microsoft Excel" proqramları və informasiya cəmiyyəti haqqındadır. Hər üç bölümdə məlumatlar qisa və yığcamdır. Aşağı siniflərdə "Microsoft Word" və informasiya cəmiyyəti mövzuları tədris olunduğundan, onlar haqqında verilən məlumatlar kifayət qədər sayıla bilər. "Microsoft Excel" isə paketin ən böyük, çoxfunksiyalı proqramıdır. Bu mənada dərslikdə tədris materialının azlığı hiss olunur, praktk testlər isə ümumiyyətlə yoxdur.
X sinif dərsliyinin I bölümündə İnternet xidmətləri geniş yer alıb. Bölmədə elektron təhsil və elektron poçtdan şəbəkəyə qədər mövzulara qısa nəzəri məlumat verilir. İnternetin potensial istifadəçisi və gələcəyin tələbəsi üçün bu məlumatlar yetərincə deyil. "Microsoft Office" proqramlarından "Misrosoft Access" və "Misrosoft Publisher" hissələri ətraflı izah edilib. "Misrosoft Access"də məlumatlar bazası yaradarkən, coğrafiyaya istinad edilib. Fənlərarası əlaqə, biliklərin möhkəmlədilməsi üçün maraqlı və faydalı forma sayıla bilər. Lakin dərsin tədrisində zəif oxuyan şagirdlər coğrafiya biliklərini ortaya qoyub proqramın öhdəsindən gələ bilmirlər. Fikrimizcə, belə halda sadə tapşırıq vermək lazımdır. Məsələn, sinifin anket və imtahan cədvəlini hazırlamaq kimi sadə tapşırıqlar. Qoy şagirdlər bunu məlumatlar bazasaı əsasında işləsinlər. Veb proqramlaşdırmada əsasən HTML faylları və onların yaradılmasında istifadə olunun proqrama baxılır. Sadəlik üçün hazır veb-saytlar təklif edən şəbəkə resurslarına da baxmaq olar. Kitabda məlumatların qorunmasını təmin edəcək maraqlı mətnlər var.

XI sinif dərsliyi müasir tələblərə cavab verir. Şagirdlərdə informasiya mədəniyyətini formalaşdırmaq istəyən müəlliflər təhsildə texnologiyaların əhəmiyyətini xüsusi vurğulayır, TİMS – təhsilin idarə olunma sistemini izah edir, elmi və texniki innovasiyalardan geniş söhbət açırlar. Şəbəkə texnologiyaları şəbəkə əməliyyat sistemi, modelləşmə kompyuter modelinin qurulması ilə yekunlaşır. Geniş tətbiq sahəsinə malik olan kompyuter qrafikasının növləri - rastr, vektor, fraktal qrafikalar nəzəri aydınlaşdırılır. Qrafikaya aid görüntüləri almaq üçün istifadə olunan "Paint", "Adoble PhotoShop", "OpenOffice.org" və s. proqramlarına baxılır. Fikrimizcə, dərslik tələbolunan səviyyədədir və onun özünəməxsusluğu fəsillərin sonundakı tarixi məlumatlarda, testlərdə, layihələrdə, tənqidi baxışlardadır.
Əlbəttə, ən yüksək səviyyəli dərslik belə orta məktəbdə dərsi keçən müəllimin təcrübəsinə, biliyinə, metod və dərsi aparma bacarığı ilə birləşdirilmirsə, tədris və təlimdə yüksək nəticələr əldə edilə bilməz. Bu mülahizələrimizi də məhz milli təhsilimizdə yüksək nəticələr əldə etmək məqsədi ilə qələmə aldıq...

"Ədalət" qəzeti, 2011

IV B Ö L Ü M

Çoxluqlar

Çoxluq anlayışı

Çoxluq riyaziyyatın ilk riyazi anlayışlarından biridir. O müxtəlif obyektlərin (kitabların, dəftərlərin, qoyunların, atların, ulduzların, ədədlərin, fiqurların və s.) toplusudur.

Çoxluğu əmələ gətirən obyekt onun **elementi** adlanır.

Məsələn: həndəsi fiqurlardan ibarət çoxluğu həndəsi fiqurlar çoxlugu adlandırsaq onun elementləri çevrə, dairə, uçbucaq, dördbucaq, prizma, pramida və sairə olar.

Çoxluqlar böyük mötərizələrin köməyi ilə yazılır, latın əlifbasının böyük hərfləri A, B, C, ..., Z ilə işarə olunur.

Məsələn: A = {a, b, c, ç}

a-nın A çoxluğunun elementi olması ∈ - daxildir işarəsinin köməyi ilə a ∈ A kimi, p-nın A çoxluğunun elementi olmaması daxil deyil işarəsi ilə p ∈ A kimi yazılır.

Çoxluqlar elementlərinin sayına görə sonlu və sonsuz olur.

Sonlu sayda elementi olan çoxluğa **sonlu** çoxluq deyilir.

Əlifbamızdakı hərflər və ya səslər çoxluqları (32 hərf, 34 səs) sonlu çöxluqlardır.

Elementlərinin sayı sonsuz olan çoxluğa **sonsuz** çoxluq deyilir.

Ulduzların, ədədlərin (natural ədədlərin) əmələ gətirdiyi çoxluqlar sonsuz çoxluqlardır.

Natural ədədlərdən ibarət olan çoxluğa **natural ədədlər çoxluğu** deyilir.

Natural ədədlər çoxluğu N = {1, 2, 3, 4, ...} şəklində yazılır. 1 ən kiçik natural ədəddir, ən böyük

ədəd yoxdur. Natural ədədlər çoxluğu sonsuz çoxluqdur.

Heç bir elementi olmayan çoxluq **boş** çoxluq adlanır və Ø işarəsi ilə yazılır.

Məsələn: 7 və 8 arasında yerləşən natural ədədlər çoxluğu boş çoxluqdur (yəni, 7 və 8 arasında natural ədəd yoxdur).

Çalışmalar

1. 5 və 15 ədədləri arasında yerləşən natural ədədlər çoxluğunu yazın. Bu çoxluğun neçə elementi var? 0, 2, 5, 7,10, 14, 16, 20 ədədlərindən hansıları bu çoxluğa daxildir, hansıları daxil deyil?

2. 10-a bölünən ikirəqəmli ədədlər çoxluğunu yazın. Çoxluğa daxil olan və daxil olmayan bir neçəədəd göstərin. 10 dan kişik və 10-a bölünən ədədlər çoxluğunu yazın.

3. Yazılışında yalnız 2, 8, 5 rəqəmləri iştirak edən bütün ikirəqəmli və üçrəqəmli ədədlər çoxluqlarını yazın. Onları uyğun olaraq A və B ilə işarə edin. 28,

84, 58, 282, 52, 95, 295, 582, 85, 90, 825, 528 ədədlərindən hansılarının A-ya, hansılarının B-yə daxil olduğunu və ya heç bir çoxluğa daxil olmadığını göstərin.

4. Aşağıdakı şərtlərə uyğun çoxluqlar yazın. Onlardan sonlu və sonsuz olanlarını müəyyənləşdirin. Boş çoxluğu göstərin. Sonlu və sonsuz çoxluğa aid bir neçə nümunə yazın.

1) Təkliklər mərtəbəsində 5 rəqəmi olan ikirəqəmli ədədlər çoxluğunu yazın.

2) Azərbaycan ərazisindən keçən çay adlarından ibarət çoxluq yazın.

3) Cüt ədədlər çoxluğunu yazın.

4) İkiyə bölünən tək ədədlər çoxluğunu yazın.

Bərabər çoxluqlar

Alt çoxluq

Bir-birindən yalnız elementlərinin düzülüşü ilə fərqlənən çoxluqlar **bərabər** çoxluqlardır.

Məsələn: C = {3, 5, 7, 9} çoxluğu D = {7, 5, 3, 9} çoxluğuna bərabərdir (C = D).

Əgər iki çoxluqdan birinin bütün elementləri o biri çoxluğa daxildirsə, onda birinci çoxluğa ikinci çoxluğun **alt** çoxluğu deyilir.

Tək ədədlər çoxluğu natural ədədlər çoxluğunun alt çoxluğudur. Tək ədədlər çoxluğunu A = {1, 3, 5, 7,9, ...}, natural ədədlər çoxluğunu N = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...} kimi işarə etsək, A⊂N olar.

Şagird oğlan və ya qızlar şagirdlər çoxluğunun, müstəvi və ya fəza fiqurları həndəsi fiqurlar çoxluğunun alt çoxluğudur.

Bərabər çoxluqlardan biri digərinin alt çoxluğudur.

Çalışmalar

1. A = {13, 23, 33, 43, 53} çoxluğuna bərabər olan iki çoxluq yazın.

2. B = {a, ı, o, u} çoxluğuna bərabər çoxluqları yazın.

3. 10-a bölünən ədədlər çoxluğu 5-ə bölünən ədədlər çoxluğuna bərabərdirmi? Fikrinizi misallarla izah edin.

4. A = {1, 2, 3}, B = {1, 2, 3, 4}, C = {1, 2, 3, 4, 5} çoxluqları verilmişdir. A çoxluğu bu çoxluqlardan hansının alt çoxluğudur? Cavabı alt çoxluq işarəsinin köməyi ilə yazın.

5. Q-quşlar çoxluğunu alt çoxluqlara ayırın və işarə edin.

6. Tək və cüt ədədlər çoxluğu hansı ədədlər çoxluğun alt çoxluğudur.

7. Hərflərdən və ya rəqəmlərdən ibarət müxtəlif çoxluqlar yazın.

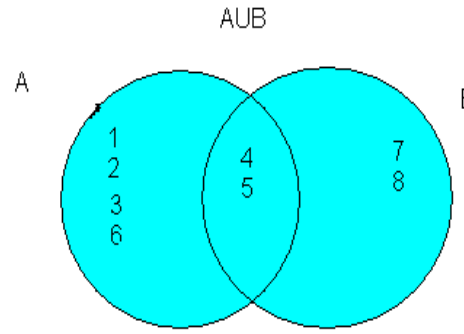
a) Yazdığınız çoxluğa bərabər çöxluqları göstərin.

b) Yazdığınız çoxluqların alt çoxluqlarını yazın.

Çoxluqların birləşməsi

İki çoxluqdan heç olmasa birinə (və ya hər ikisinə) daxil olan elementlərdən təşkil olunmuş çoxluğa bu çoxluqların **birləşməsi** deyilir.

A = {1, 2, 3, 4, 5, 6} və B = {4, 5, 7, 8} çoxluqlarının birləşməsi A U B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8} çoxluğudur (U-birləşmə işarəsidir).



Çoxluqların birləşməsini Venn diaqramı vasitəsilə

əyanı şəkildə təsvir etmək olar.

İstənilən çoxluğun boş çoxluqla birləşməsi özünə bərabərdir (A U Ø = A).

A U A = A

Çalışmalar

1. C = {a, ı, o, u} və D = {e, ə, i, ı, ü, ö, o} çoxluqlarının birləşməsini yazın.

2. Tək və cüt ədədlər çoxluqlarının birləşməsini yazın.

3. A = {0, 1, 2, 3}, B = {1, 3, 5, 6}, C = {0, 2, 4, 6} çoxluqları verilmişdir. Tapın:

1) B U A 3) C U B 5) A U C

2) C U A 4) A U B 6) B U C

4. Ev quşları və quşlardan ibarət çoxluqlar yazın və onların birləşməsini tapın.

5. Rəqəmlərdən ibarət dörd və ya beş elementli K, L, M, E çöxluqlarını yazın və aşağıdakı birləşmələri tapın.

1) K U L 3) L U M 5) K U M

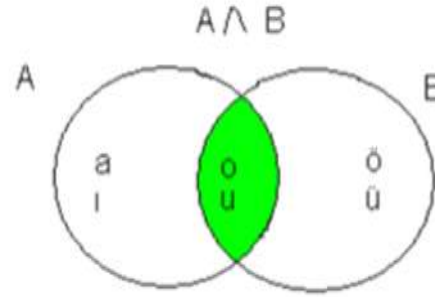
2) (K U L) U M 4) K U (L U M) 6) (K U M) U (E U L)

6. A = {ş, t, y, h, l, m, n, r} və B = {ğ, p, ş, ç, t, y} çoxluqlarının birləşməsini Ven dioqramının köməyi ilə göstərin.

7. a) rəqəmlərdən, b) hərflərdən, c) hərf və rəqəmlərdən ibarət İki və daha çox sonlu çoxluq yazın və birləşmələrini tapın.

Çoxluqların kəsişməsi

İki çoxluğun ortaq elementlərindən yaranan çoxluğa bu çoxluqların **kəsişməsi** deyilir.



Qutuda müxtəlif rəngdə kürələr vardı. Aytac qutudan ağ, sarı, mavi rəngli, Orxan mavi,

yaşıl, bənövşəyi rəngli kürələr götürdü. Hansı rəngdə kürə uşaqların hər ikisində var? – Mavi. Mavi rəngdə uşaqların zövqü eynidir, maraqları kəsişir.

A = {a, ı, o, u} – qalın saitlər və B = {o, ö, u, ü} – dodaqlanan saitlər çoxluqlarının ortaq elementlərindən təşkil olunmuş C = {o, u} çoxluğuna A və B çoxluqlarının kəsişməsi deyilir, C=A ∩ B kimi yazılır. A ∩ B = {o, u}

Çoxluqların kəsişməsini Venn diaqramının köməyi ilə daha aydın şəkildə təsvir etmək olar.

Ortaq elementi olmayan çoxluqların kəsişməsi boş çoxluqdur.

C = {a, ı, o, u}, D = {ə, i, ö, ü} olduqda, C ∩ D = Ø.

İstənilən çoxluğun boş çoxluqla kəsişməsi boş çoxluğa (C ∩ Ø = Ø), özü ilə kəsişməsi özünə bərabərdir (C ∩ C = C).

Çalışmalar

1. A = {14, 17, 20, 23, 26} və B = {20, 21, 22, 23, 24, 25} çoxluqları verilib. A və B çoxluqlarının kəsişməsini tapın.

2. C = {1, 2, 4, 8, 16, 32} və D = {2, 4, 6, 8, 10,12} çoxluqlarının kəsişməsini yazın və cavabı Ven diaqramında göstərin.

3. C = {a, 2, c, 4, 6} və D = {4, b, c, 5} çoxluqları verilmişdir. (a, b, c – hər hansı ədəddir):

a) C ∩ D yazın.

b) C ∩ D və C U D çoxluqlarından hansı digərinin alt çoxlugudur?

ç) C ∩ D Venn dairələrinin köməyi ilə təsvir edin.

4. A = {1, 2, 7, 8, 9, 10}, B = {2, 4, 6, 8, 10}, C = {8, 9, 10, 11} çoxluqları verilib. Aşağıdakıları tapın.

1) A ∩ B 3) B ∩ C

2) A ∩ (B ∩ C) 4) (A ∩ B) ∩ C

5. Müxtəlif obyektlərdən - a) rəqəmlərdən, b) hərflərdən, c) heyvan adlarından, ç) bitki adlarından və s. Ibarət iki sonlu çoxluq yazın və çoxluqların kəsişməsini tapın.

Çoxluqlara aid məsələlər

Çoxluqlarla bağlı məsələlər əsasən, iki sonlu çoxluğun birləşməsində elementlərin sayı düsturunun və Venn diaqramının köməyi ilə həll olunur.

1) İki sonlu çoxluğun birləşməsində elementlərin sayı düsturu:

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

Burada $n(A \cup B)$ çoxluqların birləşməsində elementlərin sayı, $n(A)$ – A çoxluğundakı, $n(B)$ – B çoxluğundakı, $n(A \cap B)$ isə A və B çoxluqlarının kəsişməsindəki elementlərin sayıdır.

Misal1. A={1, 3, 5, 7, 9, 11} və B= {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} çoxluqlarının birləşməsində elementlərin sayını tapın.

Burada n(A) = 6, n(B) = 10 – dur. A ∩ B = {1, 3, 5, 7, 9} olduğundan, n(A ∩ B) = 5 olar.

Verilənləri yuxarıdakı düsturda nəzərə alsaq çoxluqların birləşməsindəki elementlərin sayını tapa bilərik.

n(A U B) = 6 + 10 – 5 = 11

Çoxluqların adi qayda ilə birləşməsini tapsaq eyni nəticə alarıq.

A U B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,10, 11}, n(A U B) = 11

n(A U B) = n(A) + n(B) – n(A ∩ B) düsturundan düsturdakı ifadələrdən hansısa biri naməlum olduqda və məsələ həllində istifadə olunur.

Misal 2. n(A U B) = 15, n(A) = 8, n(B) = 10, n(A ∩ B) – ni tapın.

Həlli: n(A U B) = n(A) + n(B) – n(A ∩ B)

15 = 8 + 10 - n(A ∩ B)

$n(A \cap B) = 18 - 15$

$n(A \cap B) = 3$

Misal 3. Beşinci sinif şagirdlərinin 12-si ingilis, 8-i rus, 4-ü isə həm ingilis, həm rus dilini öyrənir. Bu sinifdə neçə şagird var?

Həlli: $n(A) = 12$ (ingilis dili), $n(B) = 8$ (rus dili), $n(A \cap B) = 4$ (rus və ingilis), $n(A \cup B)$ – ni (sinifdəki şagirdlərin sayını) tapaq.

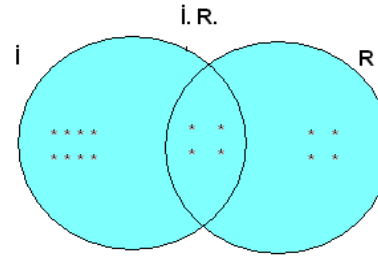
$n(A \cup B) = 12 + 8 – 4$

$n(A \cup B) = 16$

Məsələni Venn diaqramının köməyi ilə həll edək.

1) Venn diaqramlarını çəkirik.

2) $n(A \cap B) = 4$ – ü diaqramların kəsişdiyi yerdə yerləşdiririk.



3) İngilis dilini göstərən çoxluqda $12 – 4 = 8$, rus dilini göstərən çoxluqda $8 – 4 = 4$ yazırıq.

Bununla da şagirdlərin sayı 8 + 4 + 4 = 16 olur. Həmşinin diaqramdan ingilis dilində 8, rus dilində 4 şagird iştirak etdiyi də görünür.

Çalışmalar

1. Natural ədədlərdən ibarət iki sonlu çoxluq yazın. Onların kəsişməsində və birləşməsində elementlərin sayını tapın.

2. Hərflərdən ibarət iki müxtəlif çoxluq yazın. $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ düsturu ilə çoxluqların birləşməsindəki elementlərin sayını tapın.

3. $n(A) = 23$, $n(A \cap B) = 4$, $n(A \cup B) = 30$, $n(B)$ - ni tapın.

4. Sinifdəki 28 şagirddən 19-u musiqi ilə 16-sı idmanla məşğul olur. Neçə şagird həm musiqi, həm də idmanla məşğul olur?

5. V sinifdəki 28 şagirddən hər biri ya Səməd Vurğunun, ya da Bəxtiyar Vahabzadənin heç

olmazsa bir şeirini əzbər bilir. Yalnız Səməd Vurğunun şerini bilənlər 20 nəfər, Bəxtiyar Vahabzadənin şeirni bilənlər isə 16 nəfərdir. Şagirdlərdən neçəsi həm Səməd Vurğunun, həm də Bəxtiyar Vahabzadənin şeirlərini əzbər bilirlər?

Dərs nümunəsi

Mövzu: Ven diaqramının tətbiqi ilə məsələ həlli

Standartlar: 1.1.4. İki sonlu çoxluğun birləşməsini və kəsişməsini tapır.

Dərsin məqsədi.

1) Müəyyən qanunauyğunluqlara əsasən verilmiş çoxluqları yazır.

2) Çoxluqların kəsişməsini və birləşməsini tapır.

3) İki çoxluğun kəsişməsini və birləşməsini Ven diaqramlari ilə təqdim edir.

4) Çoxluqlara aid məsələləri Ven dioqramının tətbiqi ilə həll edir.

Dərsin tipi: İnduktiv

İş formaları: Fərdi iş, cütlərlə iş.

Üsulları: Müzakirə, beyin həmləsi.

İnteqrasiya: Həyat bilgisi, azərbaycan dili, çoxluqlara aid mövzular

Resurslar: dərslik, iş vərəqləri, kompyuter, proyektor

Dərsin mərhələləri:

Motivasiya, problemin qoyuluşu

Kiçik bir hekayə oxuyuram.

Həyat

Tanrı yaratdığı varlıqları müxtəlif çoxluqlarda yerləşdirərək həyat kürəsini nizamladı. Zamanla çoxluqlar birləşərək böyümək, kəsişərək ortaq nəticəyə gəlib zamana hakim olmaq istədilər. Lakin, nə qədər genişlənsələr də dairəvi məkanın elementi olaraq təkrarlanan zamandan asılı oldular. Birləşdikdə fərqli elementlərdən, kəsişdikdə yalnız

ortaq elementlərdən ibarət olduqlarından həyatın-günəşin, torpağın, havanın, suyun bir hissəsi oldular.

Sinfə aşağıdakı suallarla müraciət edirəm:

1) Nağıldakı kəsişmə və birləşmə haqqında nə deyə bilərsiniz?

Rəqəmlərdən və ya hərflərdən ibarət müxtəlif çoxluqlar yazıram. Onların birləşməsini və kəsişməsini tapırıq.

$A = \{ş, t, y, h, l, m, n, r\}$ və $B = \{ğ, p, ş, ç, t, y\}$ çoxluqlarının birləşməsini yazın.

$C = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$ və $D = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ çoxluqlarının kəsişməsini tapın və onu Venn diaqramında təsvir edin.

İnternetdən quşlar haqqında məlumat axtarırıq. Onları müəyyən qanunauyğunluqlara görə (məsələn, ət və ot yeyən heyvanlar) çoxluqlara ayırırıq. Çoxluqların kəsişməsini və birləşməsini tapırıq.

Tədqiqat sualı: Çoxluqlara aid məsələləri Venn diaqramında təsvir etməklə həll etmək olarmı?

Tədqiqatın aparılması

Şəkillər nümayiş etdirirəm.

a)

b)

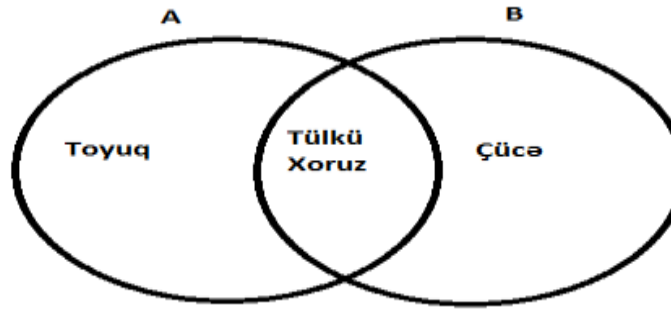
Şagirdlərdən a) və b) şəkillərindəki nağıllarda hansı personajlar iştirak etdiyini soruşuram. Onlar şəkillərə A və B çoxluqları kimi baxıb

$A = \{tülkü, xoruz, toyuq,\}$,

$B = \{tülkü, xoruz, cücə\}$ yazırlar.

Sonra tülkünün hiyləgərliyini əks etdirən hər iki şəkildə birlikdə neçə personaj olduğunu soruşuram?

Bu işi çoxluqların birləşməsini Ven diqramında təsvir etməklə yerinə yetirmələrini tapşırıram.



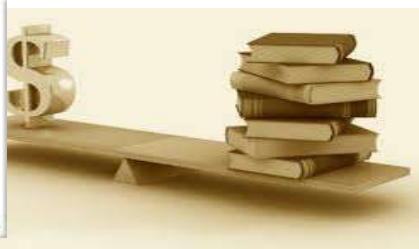
Şagirdlər verilənləri Ven diaqramında təsvir etməklə nağıllardakı personajları müəyyənləşdirirlər. Təsvirləri Paint proqramında çəkirlər.

Diqqəti məsələ həllinə yönəltmək üçün şagirdlərə fərdi yanaşır və onlara iki variantda hazırladığım iş vərəqlərini paylayıram. Onlar tapşırıqları işləyərək həm çoxluqların kəsişməsini və birləşməsini tapır, həm də şəkillərə uyğun məsələləri Venn diaqramının köməyi ilə həll edirlər.

İş vərəqi 1

1) $C = \{a, ı, o, u\}$ və $D = \{e, ə, i, ı, ü, ö, o\}$ çoxluqlarının birləşməsini yazın.

2) Məsələ.



a)

b)

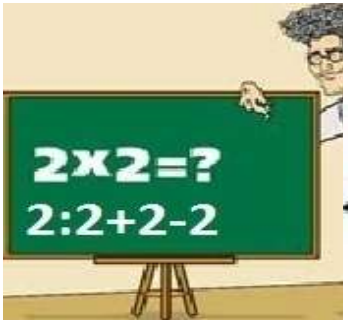
$A = \{pul, texnologiya\}, B = \{pul, kitab\}$

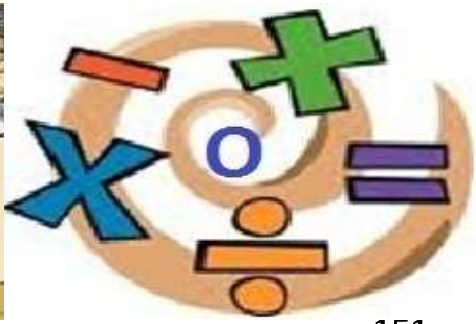
olarsa, təhsil üçün lazım olan amilləri tapın.

İş vərəqi 2

1) $a)$ rəqəmlərdən, $b)$ hərflərdən, $c)$ hərf və rəqəmlərdən ibarət iki və daha çox sonlu çoxluq yazın və onların birləşmələrini tapın.

2)





c)

ç)

$$C = \{2, x, =, ?, -, +, :\}, \quad Ç = \{-, +, x, :, =, o\}$$

olarsa, çoxluqları Ven diaqramında təsvir etməklə şəkillərdə təsvir olunmuş hesab əməllərini tapın.

Tapşırıqların işlənməsinə ayrılan vaxt bitdikdən sonra hər variantdan bir nəfər işini təqdim edir. Müzakirə aparırıq, səhv və düzgün cavabları müəyyənləşdiririk.

Ven diaqramında məsələlərin həlli üçün aşağıdakı nəticəyə gəlirik.

1) Əvvəlcə hər iki çoxluğa aid olan elementləri diaqramların kəsişdikləri hissədə yerləşdirməliyik. Elementləri diaqramda nöqtələrlə, işarələrlə, rəqəmlə və s. göstərmək olar.

2) Fərqli elementləri diaqramların kəsişmədikləri hissələrdə qeyd edirik. Bu zaman diaqramın bütün hissələrindəki elementlərin sayı çoxluqlardakı elementlərin sayına bərabər olur.

Yaradıcı tətbiqetmə

Müzakirələrdən sonra **cütlər** üçün hazırladığım iş vərəqlərini paylayıram.

İş vərəqi 1

1) Natural ədədlərdən ibarət iki sonlu çoxluq yazın. Onların kəsişməsində və birləşməsində elementlərin sayını tapın.

2) Sinifdəki 28 şagirddən 19-u musiqi ilə 16-sı idmanla məşğul olur. Neçə şagird həm musiqi, həm də idmanla məşğul olur?

İş vərəqi 2

1) Hərflərdən ibarət iki müxtəlif çoxluq yazın. Onların kəsişməsində və birləşməsində elementlərin sayını tapın.

2) V sinifdəki 28 şagirddən hər biri ya Səməd Vurğunun, ya da Bəxtiyar Vahabzadənin heç olmazsa bir şeirini əzbər bilir. Yalnız Səməd Vurğunun şerini bilənlər 20 nəfər, Bəxtiyar Vahabzadənin şeirni bilənlər isə 16 nəfərdir. Şagirdlərdən neçəsi həm Səməd Vurğunun, həm də Bəxtiyar Vahabzadənin şeirlərini əzbər bilirlər?

Hər variantdan bir cüt işini təqdim edir. Müzakirələri yekunlaşdırırıq.

Şagirdlərə evdə xoşladıqları meyvə və tərəvəzlər haqqında İnternetdən məlumat toplamağı, yoldaşı ilə ortaq zovqlərini (1 nəfərlə) müəyyənləşdirməyi tapşırıram.

ƏDƏBİYYAT SİYAHISI

1. **Nayma Qəhrəmanova, Cəmilə Əsgərova.** Riyaziy-yat 2. Bakı2011

2. **N.Qəhrəmanova, C.Əsgərova, Leyla Qurbanova.** Riyaziyyat 3. Bakı, Altun Kitab 2010

3. **M.C.Mərdanov, M.H.Yaqubov, H.N.Ağayev, A.B.İbrahimov.** Cəbr 6. Bakı, Çaşıoğlu 2006.

4. **M.C.Mərdanov, M.H.Yaqubov, S.S.Mirzəyev, A.B.İbrahimov, K.M.Bədəlova, S.K.Məmişov.** Cəbr7. Bakı, Çaşıoğlu 2011.

5. **M.C.Mərdanov, M.H.Yaqubov, S.S.Mirzəyev, A.B.İbrahimov, A.İ.Quliyev, V.X.Həbibov, İ.F.Əliyev.** Cəbr 8. Bakı, Çaşıoğlu 2011.

6. **M.C.Mərdanov, M.H.Yaqubov, S.S.Mirzəyev, A.B.İbrahimov, İ.H.Hüseynov, M.A.Kərimov,** Cəbr 9. Bakı, Çaşıoğlu 2005.

7. **M.C.Mərdanov, M.H.Yaqubov, S.S.Mirzəyev, A.B.İbrahimov, İ.H.Hüseynov, M.A.Kərimov,** Cəbr və analızin başlanğıcı 10. Bakı, Çaşıoğlu 2007.

8. **Misir Mərdanov, Məmməd Yaqubov, Sabir Mirzəyev, Ağabala İbrahimov, İlham Hüseynov, Məmməd Kərimov, Əbdürrəhim Quliyev,** Cəbr və analizin başlanğıcı 11. Bakı, Çaşıoğlu 2009

9. **M.C.Mərdanov, S.S.Mirzəyev, R.H.Həsənov, C.C.Hacıyev.** Həndəsə. 10. Bakı, Çaşıoğlu 2010.

10. **M.N.Yaqubov, İ.M.Abdullayev, Ə.H.Yaqubov, N.A.Kərimli, A.H.Bağırov, H.N.Ağayev, M.M.Vəliyev,** Riyaziyyat. Bakı-2006

11. **R.Məmmədov, H.Xəlilov, M.Heydərov, B.İsgəndərov, Ş.Hüseynov** Riyaziyyat. "Maarif" nəşriyyatı Bakı1976.

13. **P.H.Məmmədov, H.M.Xəlilov, Ş.T.Hüseynov**, Tənliklər və bərabərsizliklər. "Maarif" nəşriyyatı Bakı1991.

14. **M.Y.Vıqodski**, Elementar riyaziyyatdan məlumat kitabı. "Maarif" nəşriyyatı Bakı-1965

15. **Tayyup Oral, İlyas Həsənov**, Cəbr. Bakı, "Maarif" nəşriyyatı, 2001

16. **Fatma Bünyatova**, Konstruktiv təlim: mahiyyət, prinsip, vəzifələr və dərslərdən nümunələr, Bakı-2008

Müəllif haqqında qısa məlumatlar:

Nurlan Səəddin qızı Quliyeva 23 iyul 1974-cu ildə Göygöl rayonunun (keçmiş Xanlar rayonu) Üçtəpə kəndində dünyaya göz açıb, elə oradaca orta məktəbi bitirib. 1991-ci ildə Gəncə Dövlət Pedaqoji İnstitutunun riyaziyyat və informatika fakultəsinə qəbul olunub və orada ali təhsil alıb. 1996-ci ildən riyaziyyat və informatika ixtisası üzrə Üştəpə kənd orta məktəbində müəllim kimi fəaliyyət göstərir. Yazıçı və bloger kimi yaradıcı-elmi fəaliyyətlə məşğuldur.

2010-cu ildə "Sirli Kainta" elmi-fantastik kitabı işıq üzü görüb.

2011-ci ildə "İlin gənc yazarı" Milli Kulturoloji Mükafata layiq görülüb.

Ailəlidi, iki övladı var.

YENI YAZARLAR VƏ SƏNƏTÇILƏR QURUMU
ASSOCIATION OF NEW WRITERS AND ARTIST

"İntellektual, Kulturoloji ***və*** **Bədii** ***Ədəbiyyat Kitabxanası****" № 10*

Redaksiya heyəti: **Elçin Əfəndiyev, Nizami Cəfərov (sədr), Çingiz Əlioğlu, Nizaməddin Şəmsizadə, Aydın Xan (Əbilov) (məsul redaktor), Arif Əmrahoğlu, Azər Turan, Bəsti Əlibəyli (məsul katib), Elçin Hüseynbəyli, Səlim Babullaoğlu**

Bədii redaktor: Aydın Xan (Əbilov), yazıçı-kulturoloq
Korrektor: **Günay Şıxəliyeva**

Nurlan Quliyeva peşəkar bədii yaradıcılığa tələbəlik illərindən başlayıb, yerli və mərkəzi mətbuatda hekayələri işıq üzü görüb, müxtəlif ədəbi saytlarda fantastik nəsr nümunələri yayımlanır. Gənc müəllifin oxuculara təqdim olunan ilk – "Sirli Kainat" kitabında fantastik, elmi-fantastik povest və hekayələr, eləcə də mənzum təmsil, miniatürlər yer alıb. Povestlərdə kainatda, qalaktikalarda, planetimizdə gedən təbii prosseslərdən, mövcudluğu təxmin olunan sivilizasiyalararası əlaqələrdən, gənclərin romantik eşq məcaralarından bəhs edilir. Təmsillərdə isə heyvanların timsalında mərdlik, məğrurluq, zəhmətkeşlik aşılanır. Hekayələrin əsasında müxtəlif hadisələrə yazıçının maraqlı münasibəti durur. Ailə münasibətlərinin sirlərini açıqlamağa çalışan müəllif qəribə nəticələrə gəlir. Kitab geniş oxucu kütləsinə ünvanlanıb.

Müəlliflik hüququ Azərbaycan Respublikasının qanunvericiliyinə və əlaqədar beynəlxalq sənədlərə uyğun qorunur. Müəllifin razılığı olmadan kitabın bütöv halda, yaxud hər hansı bir hissəsinin nəşri, eləcə də elektron informasiya daşıyıcılarında, İnternetdə yayımı yasaqdır. Bu qadağa kitabın elmi mənbə kimi istifadəsinə, araşdırma və tədqiqatlar üçün ədəbiyyat kimi göstərilməsinə şamil olunmur.

© Nurlan Quliyeva, 2012

©YYSQ – "İKBƏK" seriyası - 2014

MÜNDƏRİCAT

Elmi redaktordan.....3

Giriş.....5

I Bölüm
RİYAZİYYATIN KONSTRUKTİV TƏLİMLƏ TƏDRİSİ METODİKASI

§1. Həqiqi ədədlər
1.1 Həqiqi ədədlər.....7
1.2 Ən böyük ortaq bölən – VI sinif.....11
§ 2. Funksiya
2.1 Xətti funksiya və onun qrafiki – VII sinif 15
2.2 Funksiyanın təyin oblastı və qiymətlər çoxluğunun tapılması–x sinif.....24
§ 3. Tənlik
3.1 Tənlik.....32
3.2 Triqonometrik tənliklərin həlli – X sinif.....36
3.3 Tənlik qurmaqla məsələ həlli – VII, VIII sinif.....41
§ 4. Bərabərsizlik
4.1 Bərabərsizlik.....46
4.2 Üstlü bərabərsizliklərin həlli – X sinif.....49
§ 5. Törəmə
5.1 Törəmə.....54
5.2 Mürəkkəb funksiyanın və tərs funksiyanın törəməsi- XI sinif.....57
§ 6. İnteqral
6.1 İnteqral.....62

6.2 Müəyyən inteqral. Nyuton-Leybnis düsturu. Müəyyən inteqralın xassələri - XI sinif.....64
§7. Kompleks ədədlər
7.1 Kompleks ədədlər.....71
7.2 Kompleks ədədlər çoxluğu və kompleks ədədlər üzərində əməllər–X sinif.....73
§ 8. İbtidai sinif
8.1 Həndəsi fiqurlar - III sinif.....81
8.2 Paralel və perpendikulyar düz xətlər – III sinif....85
II Bölüm
DÜŞÜNCƏNİN RİYAZİ DİLİ
1. Ala-dəymiş.....88
2. Münasibət.....89
3. Qələm.....90
4. Təfəkkür dünyası.....92
5. Qanun.....94
6. Çoxüzlü.....95
III Bölüm.
1.Orta məktəb müəlliminin təcrübi mülahizələri..... 119
IV Bölüm.
1. Çoxluqlar 124

ƏDƏBİYYAT SİYAHISI..... 127

Quliyeva Nurlan Səəddin qızı

riyaziyyat-informatika müəllimi

Riyaziyyatın konstruktiv təlimlə tədrisi metodikası